



HV470강의 짧은 균열 성장에 대한 하한계응력확대계수와 피로한도의 연구

Study of Threshold Stress Intensity Factor and Fatigue Limit for Short Crack Growth of HV470 Steel

현재용* · 김민현** · 남기우***†
 Jae-Yong Hyun*, Min-Heon Kim** and Ki-Woo Nam***†

(Received 14 March 2019, Revision received 22 July 2019, Accepted 14 October 2019)

Abstract: Using the Ando equation derived by treating as a nonlinear problem for the plastic behavior of fatigue fracture and the Tange equation derived from the El Haddad equation, the fatigue limit and threshold stress intensity factor were determined and the crack length dependence was evaluated. The threshold stress intensity factors were almost identical for the two equations although the basic idea and form of the equations are quite different. The ratio of stress intensity factor/threshold stress intensity factor using the modified Goodman fatigue limit is same for each crack length regardless of the stress ratio. The Tange equation (using $\alpha = 1$) and the Ando equation were conservatively evaluated due to the decrease in the ratio of stress intensity factor/threshold stress intensity factor as the stress ratio increased at fatigue limit maximum value.

Key Words : HV470 Steel, Short Crack, Threshold Stress Intensity Factor, Fatigue Limit

1. 서 론

구조재료를 포함한 많은 재료는 미시조직에 개재물, 석출물, 결정입계 등 불연속부와 응력집중부가 존재한다. 그 때문에 반복응력이 작용하면 재료는 파괴한다. 재료에 반복응력이 부하되면, 슬립대가 발생하여, 미소균열로 성장하고, 마침내

파괴한다. 일반적으로 항복점 이하의 반복응력이 작용하는 경우는 거시적인 소성 변형이 나타나지 않는다. 미시적으로는 스트라이에이션형(striation type)의 입내파괴이고, 정적인장시험에서 나타나는 덤플형 입내파괴와는 다르다. 파괴파괴는 Stage I 과 Stage II로 나눈다. 즉, 균열 발생¹⁻³⁾과 균열진전⁴⁻⁶⁾이다. 반복응력에 의하여 미시균열은 동시에 많

***† 남기우(ORCID:<http://orcid.org/0000-0001-7019-358x>) : 교수, 부경대학교 재료공학과
 E-mail : namkw@pknu.ac.kr, Tel : 051-629-6358
 *현재용(ORCID:<https://orcid.org/0000-0002-7154-0114>) : 대학원생, 부경대학교 기계공학학연협동과정
 **김민현(ORCID:<https://orcid.org/0000-0001-8255-6341>) : 대학원생, 부경대학교 마린융합디자인협동과정

***† Ki-Woo Nam(ORCID:<http://orcid.org/0000-0001-7019-358x>) : Professor, Department of Materials Science and Engineering, Pukyong National University.
 E-mail : namkw@pknu.ac.kr, Tel : 051-629-6358
 *Jae-Yong Hyun(ORCID:<https://orcid.org/0000-0002-7154-0114>) : Graduate Student, UR Interdisciplinary Program of Mechanical Engineering, Pukyong National University.
 **Min-Heon Kim(ORCID:<https://orcid.org/0000-0001-8255-6341>) : Graduate Student, Interdisciplinary Program of Marine Convergence Design, Pukyong National University.

이 발생하고 이들이 결합하여 거시균열로 성장한다. 이 과정을 균열발생이라 한다. 이후 반복응력에 의하여 거시균열은 크기가 확대된다. 이 과정을 진전이라 한다. 그러나 이 Stage II는 매우 복잡하다. 피로균열 진전과정은 균열 발생을 포함한 슬립대에 따른(전단방향) 초기균열진전 과정을 Stage I, 반복인장응력에 대하여 수직하게 진전하는 과정을 Stage II로 나눈다.⁷⁾ Stage I의 균열진전은 대부분의 경우, 1-2 결정립 정도의 균열길이가 매우 짧다. 이 때문에 균열진전이 실측된 예는 그렇게 많지 않고, 파괴역학적 취급도 Stage II보다 복잡하다. 그러나 Stage I의 피로균열진전과정의 Fractography적 검토는 활발하게 실시되었다. 그러나 파괴역학은 Stage II의 피로균열진전과정을 대상으로 한다. 균열진전속도da/dN은 파괴역학 Parameter인 응력확대계수 ΔK 와 상관관계가 있다. ΔK 가 작은 A영역은 균열이 진전하지 않는 Threshold라는 하한계 ΔK_{th} 가 존재하고, 균열진전속도가 감소한다. 피로균열진전속도는 하한계응력확대계수를 경계로 균열진전 또는 균열진전정지로 구분된다. 이와 같이 균열진전 혹은 정지에 관한 피로한도 또는 하한계응력확대계수의 연구가 많은 연구자들에 의하여 실시되었다.⁸⁻¹³⁾

본 연구는 피로파괴과정의 소성거동을 비선형 문제로 취급하여 유도한 Ando 식¹⁴⁾과 미소균열의 피로한도를 취급한 El Haddad 식¹⁵⁾에서 유도된 Tange 식¹⁶⁾을 사용하여 균열재의 피로한도와 하한계응력확대계수를 구하고, 균열길이 의존성을 평가하였다.

2. 재료 및 평가방법

재료는 비커스경도(HV470)인 초고장력강(Ultra High Strength Steel : UHS steel)이며, 사용된 재료 조건은 다음과 같이 가정하였다. 평활재의 피로한도는 각 $\Delta\sigma_w^0 = 560 MPa$ 이고, 하한계응력확대계수는 $\Delta K_{th(l)}^0 = 6 MPa\sqrt{m}$ 이다. 응력비(R)에 따르는 평활재 피로한도($\Delta\sigma_w^R$)는 수정 Goodman 식 (1)과 R=0에서 평활재 피로한도($\Delta\sigma_w^0$) 일정 식 (2)

를 사용하였다. 이때, 응력비(R)는 0.0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8로 하였다.

$$\sigma_a = \sigma_w(1 - \sigma_m/\sigma_T) \quad (1)$$

$$\Delta\sigma_w^R = \Delta\sigma_w^0(1 - R) \quad (2)$$

여기서, σ_a 는 응력진폭, σ_w 는 양진(R=-1) 피로한도, σ_m 은 평균응력, σ_T 는 인장응력이다.

본 연구에 사용한 식 (3)은 피로파괴과정의 소성거동을 검토하여 비선형문제로 유도하였다. 하한계응력확대계수를 나타낼 때, 짧은 균열은 K_{th}^R 로 나타내고, 긴 균열이고, 재료 정수일 때는 $K_{th(l)}^R$ 로 나타낸다. Table 1에 주어진 각 응력비에 따른 하한계응력확대계수 $K_{th(l)}^R$ 와 평활재 피로한도($\Delta\sigma_w^R$)를 식 (3)에 대입하여, 균열재 피로한도($\Delta\sigma_{wc}^R$)를 구한다.

$$c_0 \left\{ \sec\left(\frac{\pi\Delta\sigma_{wc}^R}{2\Delta\sigma_w^R}\right) - 1 \right\} = \frac{\pi}{8} \left\{ \frac{\Delta K_{th(l)}^R}{\Delta\sigma_w^R} \right\}^2 \quad (3)$$

식 (3)에서 구한 균열재 피로한도($\Delta\sigma_{wc}^R$)를 식 (4)에 대입하여, $\Delta K_{th(a)}^R$ 을 구한다.

$$\Delta K_{th(a)}^R = \Delta\sigma_{wc}^R \sqrt{\pi a} \quad (4)$$

이때, 응력비(R) 변화에 따른 $\Delta K_{th(l)}^R$ 은 ASME 규격식 (5)로부터 구한다.

$$\Delta K_{th(l)}^R = \Delta K_{th(l)}^0 \sqrt{(1 - R)} \quad (5)$$

Tange 식은 El Haddad의 식을 변형하여 만든 것이다. El Haddad는 결함이 없는 평활재의 피로한도($\Delta\sigma_w^R$)와 긴 균열의 피로한도($\Delta K_{th(l)}^R$)의 중간 영역인 짧은 균열의 피로한도($\Delta\sigma_{wc}^R$)는 식 (6)으로 평가하였다.

$$\Delta\sigma_{wc}^R = \frac{\Delta K_{th(l)}^R}{\alpha \sqrt{\pi(c + c_0)}} \quad (6)$$

Table 1 Material's conditions assumed for calculation

Materials	Stress ratio (R)	Fatigue limit of smooth specimen from modify Goodman eq.(MPa)	Fatigue limit of smooth specimen from $\Delta\sigma_w^0$ constant (MPa)	Threshold stress intensity factor range of long crack ($\Delta K_{th(l)}^R : MPa\sqrt{m}$)
HV470 (UHS steel)	0	560	560	6.0
	0.2	513	448	5.37
	0.4	451	336	4.65
	0.6	362	224	3.80
	0.8	228	112	2.68

여기서 $c_0 = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\Delta K_{th(l)}^R}{\alpha \Delta \sigma_w^R} \right)^2$ 이다.

따라서 짧은 균열의 하한계응력확대계수 (ΔK_{th}^R)는 식 (7)로 주어진다.

$$\Delta K_{th}^R = \left[\left(\frac{1}{\Delta K_{th(l)}^R} \right)^2 + \left(\frac{1}{\alpha \Delta \sigma_w^R \sqrt{\pi c}} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (7)$$

여기서 $\Delta K_{th(l)}^R$ 는 거시균열의 하한계응력확대계수이다.

$\Delta \sigma_w^R$ 은 응력비(R)에 따르는 피로한도 α 는 형상계수로서, 식 (8)에 나타내는 Newman-Raju의 식 [17]에서 구한다.

$$\alpha = 1 + 1.464 \left(\frac{a}{c} \right)^{1.65} \quad (8)$$

여기서 a는 균열 깊이, c는 균열 길이를 나타낸다. 본 연구에서 $\alpha = 1$ 과 2.464를 사용하였다.

3. 결과 및 고찰

Fig. 1은 계산에 사용된 HV470강의 응력비에 따르는 응력을 나타낸다. 종축은 평활재의 피로한도를 나타내고, 횡축은 응력비를 나타낸다. 수정 굿맨 식과 피로한도($\Delta \sigma_w^0$) 일정 식에서 얻어진 피로한도($\Delta \sigma_w^R$)를 나타낸다.

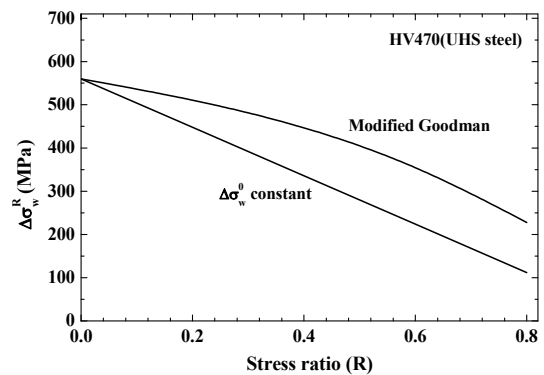
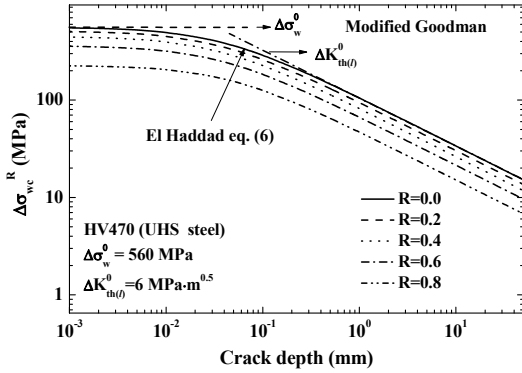
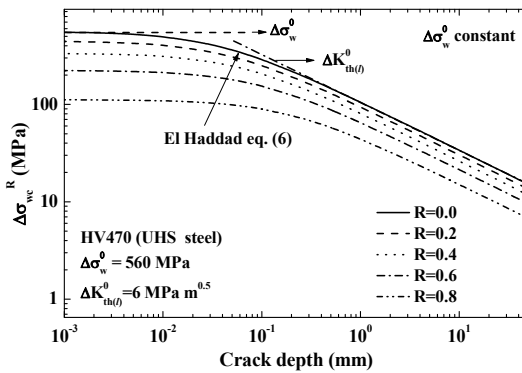


Fig. 1 Smooth specimen fatigue limit and stress ratio obtained from the modified Goodman and the σ_w^0 constant

Fig. 2는 HV470강에서 얻어진 균열재의 피로한도와 균열길이 관계를 나타낸다. 이것은 식 (4)에서 얻어진 결과이다. Fig. 2(a)는 수정 굿맨에서 얻어진 피로한도를 사용하였고, Fig. 2(b)는 피로한도 일정에서 얻어진 피로한도를 사용하였다. 응력비에 따르는 하한계응력확대계수는 식(5)로부터 얻을 수 있다. Fig. 2(a)(b)에서 $\Delta \sigma_w^0$ 은 응력비 R=0에서 얻어진 피로한도이고, $\Delta K_{th(l)}^0$ 는 응력비 R=0에서 얻어진 하한계응력확대계수이다. Fig. 2에서 평활재의 피로한도는 Table 1 및 Fig. 1에 나타내듯이 수정 굿맨 식과 피로한도 일정에서 얻어진 것에 차이가 있다. 0.3 mm 이하의 짧은 균열 피로한도는 각 응력비의 긴 균열의 하한계응력확대계수 $\Delta K_{th(l)}^0$ 에서 벗어나 있다. 본 연구에서 적용한



(a)



(b)

Fig. 2 Relationship of fatigue limit and crack depth calculated for each stress ratio at HV470 steel.

(a) Modified Goodman, (b) $\Delta\sigma_w^0$ constant

응력에서 0.3 mm 이하의 균열은 진전하지 않는 것으로 판단된다.

Table 2는 수정 굿맨과 R=0 피로한도 일정에서 균열 깊이에 따르는 균열재의 피로한도와 응력비

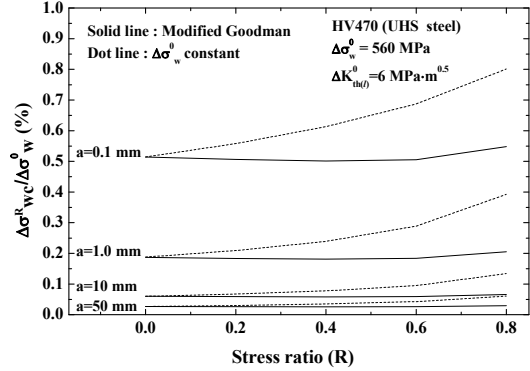


Fig. 3 Fatigue limit ratio and stress ratio obtained from each crack depth.

R에 따른 평할재 피로한도의 백분율을 나타낸 것이다.

Fig. 3은 각 균열 길이에서 응력비(R)와 $\Delta\sigma_{wc}^R/\Delta\sigma_w^0$ 의 피로한도 비를 관계를 나타낸다. 수정 굿맨은 균열 길이 0.1과 1.0 mm인 경우, 응력비 0.8에서 피로한도 비가 높게 나타났다. 그러나 피로한도 일정한 경우는 응력비가 증가할수록 피로한도 비는 높게 나타났다. 이것은 Fig. 1과 같이 피로한도 일정에서 응력비에 따라서 최대응력이 수정 굿맨에 의한 것과 다르게 직선적으로 작아 지지만, 균열 깊이가 증가함에 따른 피로한도는 수정 굿맨에 의한 것과 비슷하게 나타나기 때문이다. 즉, 수정 굿맨과 피로한도($\Delta\sigma_w^0$) 일정에 의한 피로한도를 사용하여도 균열길이가 긴 경우의 균열재 피로한도는 동일하게 얻어졌다.

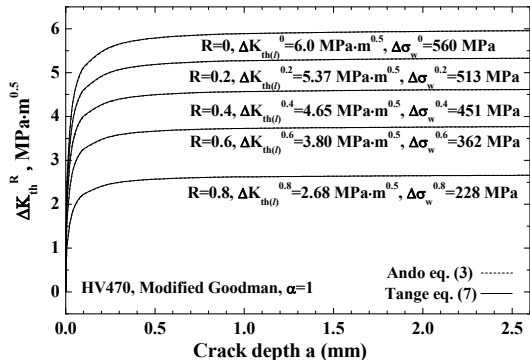
Fig. 4, 5는 Ando 식 (3)과 $\alpha = 1, 2.464$ 을 사용한 Tange 식 (7)에서 얻어진 하한계응력확대계수

Table 2 Fatigue limit ratio($\Delta\sigma_{wc}^R/\Delta\sigma_w^R$) according to the stress ratio at HV470 steel

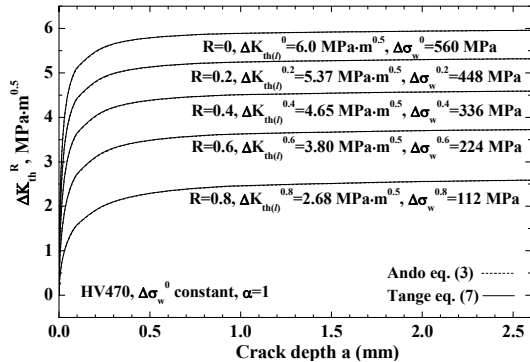
HV470 (UHS steel) Stress ratio(R)	Modified Goodman					$\Delta\sigma_w^0$ constant				
	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8
$\Delta\sigma_{wc}^R/\Delta\sigma_w^R$ at a=0.1 mm(%)	0.514	0.506	0.501	0.505	0.548	0.514	0.558	0.613	0.6875	0.801
$\Delta\sigma_{wc}^R/\Delta\sigma_w^R$ at a=1.0 mm(%)	0.188	0.183	0.181	0.184	0.205	0.188	0.209	0.239	0.2888	0.3922
$\Delta\sigma_{wc}^R/\Delta\sigma_w^R$ at a=10 mm(%)	0.06	0.0589	0.058	0.059	0.066	0.06	0.0674	0.07779	0.095	0.1339
$\Delta\sigma_{wc}^R/\Delta\sigma_w^R$ at a=50 mm(%)	0.027	0.0263	0.02599	0.0264	0.0296	0.027	0.0302	0.03482	0.0427	0.0603

와 균열깊이의 관계를 나타낸다.

Fig. 4, 5(a)는 수정 굿맨에서 얻어진 피로한도를 사용하였고, Fig. 4, 5(b)는 피로한도 일정에서 얻어진 피로한도를 사용하였다. Fig. 4, 5에서 하한계응력확대계수는 응력비에 관계없이 균열 깊이가 증가함에 따라서 급격하게 상승하여 일정한 값으로 수렴하는 것을 알 수 있다. Fig. 4에서 피로한도 일정에서 얻어진 피로한도를 사용한 Fig. 4(b)의 초기 구간은 Fig. 4(a)보다 약간 완만하게 상승하는 것을 알 수 있다. 이것은 각 응력비에 따르는 피로한도가 작은 것이 원인이다. 그러나 균열깊이가 증가하면 Fig. 4(a)와 비슷한 경향을 나타내었으며, Ando 식과 Tange 식에 의한 차이는 거의 없었다.

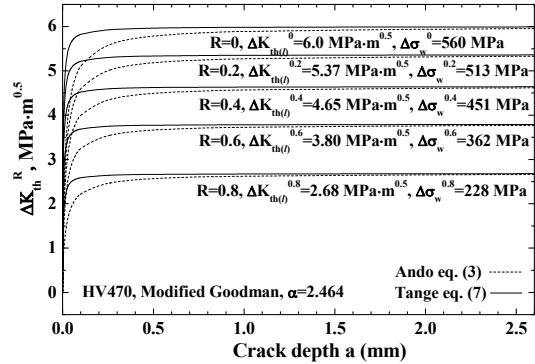


(a)

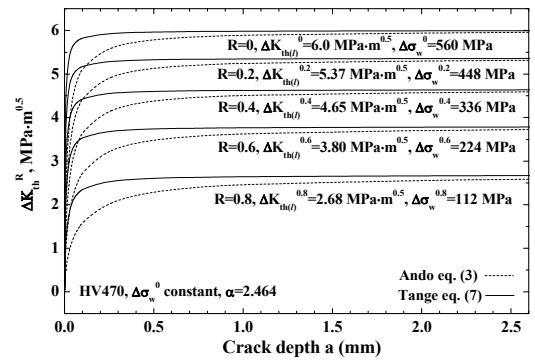


(b)

Fig. 4 Relationship of threshold stress intensity factor and crack depth obtained from Ando eq.(3) and Tange eq.(7) in case of $\alpha = 1$. (a) Modified Goodman, (b) $\Delta\sigma_w^0$ constant



(a)



(b)

Fig. 5 Relationship of threshold stress intensity factor and crack depth obtained from Ando eq.(3) and Tange eq.(7) in case of $\alpha = 2.464$. (a) Modified Goodman, (b) $\Delta\sigma_w^0$ constant

Fig. 5에서는 Tange 식에 의한 하한계응력확대계수는 짧은 균열 길이에서는 급격하게 상승하고, 일정하게 수렴하는 것을 알 수 있다. 또한 Ando 식에 의한 것보다 크게 평가되어 위험하게 평가하고 있다고 할 수 있다. 그러나 긴 균열에서는 거의 비슷한 것으로 나타나고 있다. 이러한 경향은 수정 굿맨과 피로한도 일정에서 비슷하게 나타났다.

Table 3은 균열 깊이 0.5 mm와 2.5 mm에서 응력비에 따르는 응력확대계수(ΔK_{th})/하한계응력확대계수($\Delta K_{th(l)}$)의 비를 나타낸다.

Fig. 6(a), (b)는 Table 3의 $\alpha = 1$ 을 나타낸 것이다.

Table 3 Threshold stress intensity factor ratio($\Delta K_{th}^R/\Delta K_{th(l)}^0$) according to stress ratio at each crack depth of HV470 steel using fatigue limit of modified Goodman and $\Delta\sigma_w^0$ constant

		Modified Goodman										$\Delta\sigma_w^0$ constant									
		Ando eq.(3)					Tange eq.(7)					Ando eq.(3)					Tange eq.(7)				
α	Stress ratio (R)	0	0.2	0.4	0.6	0.8	0	0.2	0.4	0.6	0.8	0	0.2	0.4	0.6	0.8	0	0.2	0.4	0.6	0.8
1	$\Delta K_{th}^R/\Delta K_{th(l)}^0$ at $a=0.5\text{mm}(\%)$	96	96	96	96	96	96	96	96	96	96	97	96	94	92	85	97	96	94	92	86
	$\Delta K_{th}^R/\Delta K_{th(l)}^0$ at $a=2.5\text{mm}(\%)$	99	99	99	99	99	99	99	99	99	99	99	99	98	98	96	99	99	98	98	96
2.464	$\Delta K_{th}^R/\Delta K_{th(l)}^0$ at $a=0.5\text{mm}(\%)$	96	96	96	96	96	99	99	99	99	99	97	96	94	92	85	99.4	99.2	99.0	98.4	97.2
	$\Delta K_{th}^R/\Delta K_{th(l)}^0$ at $a=2.5\text{mm}(\%)$	99	99	99	99	99	99.8	99.8	9.8	99.8	99.8	99	99	98.5	98	96	99.8	99.7	99.7	99.5	99.4

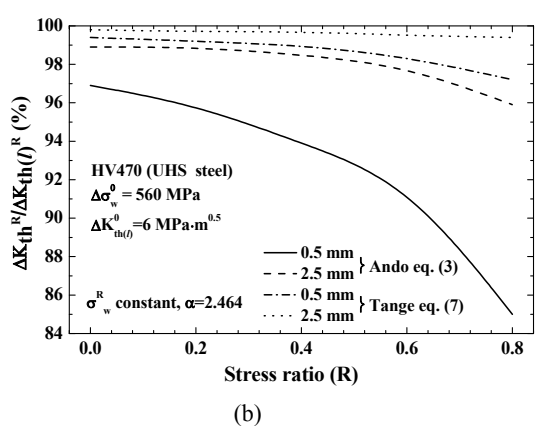
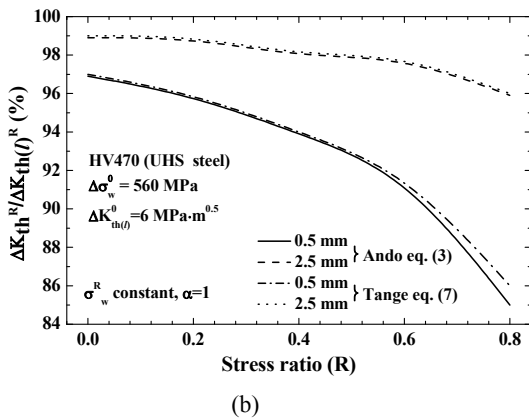
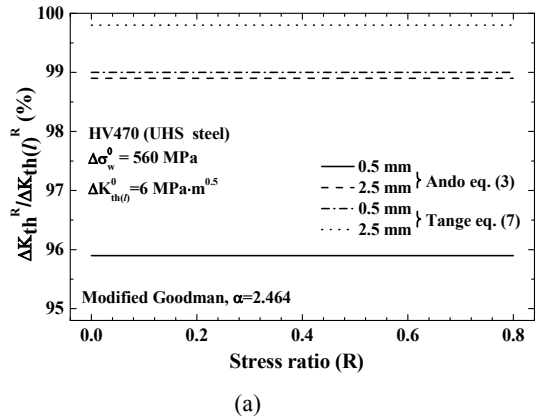
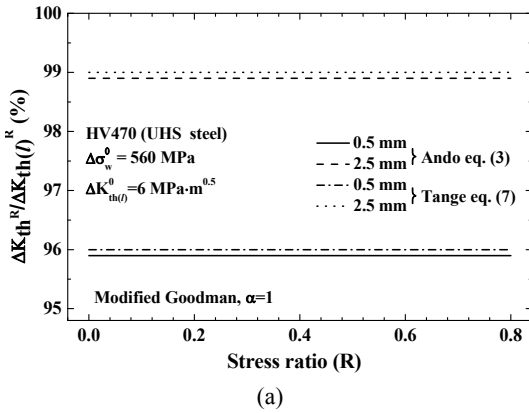


Fig. 6 Stress intensity ratio and stress ratio obtained from each crack depth. (a) Modified Goodman, (b) $\Delta\sigma_w^0$ constant

Fig. 7 Relationship of threshold stress intensity factor ratio and stress ratio obtained from crack depth. (a) Modified Goodman, (b) σ_w^0 constant

Fig. 6(a)의 수정 굿맨에 의한 피로한도의 경우, Ando 식과 Tange 식은 각 균열깊이 0.5 mm 및 2.5 mm에서 응력비에 관계없이 응력확대계수/하한계응력확대계수의 비는 96%와 99%를 나타내었다.

Fig. 6(b)의 피로한도($\Delta\sigma_w^0$) 일정의 경우, Ando 식과 Tange 식은 균열깊이 0.5 mm 및 2.5 mm에서 응력확대계수/하한계응력확대계수의 비가 약간 다르게 나타났다. 즉, Ando 식에서 0.5 mm는 R=0에서 97%이지만, R=0.8에서 85%를 나타내었고, 2.5 mm는 R=0에서 99%이지만, R=0.8에서 96%를 나타내었다. Tange 식에서는 0.5 mm는 R=0에서 97%이지만, R=0.8에서 86%를 나타내었고, 2.5 mm는 R=0에서 99%이지만, R=0.8에서 96%를 나타내었다.

Fig. 7(a), b)는 Table 3의 $\alpha = 2.464$ 를 나타낸 것 같은 비 96%와 99%를 나타낸다. 그러나 Tange 식은 α 의 변수가 있으므로, Fig. 6(b)와 다르게 약간 큰 99%와 99.8%를 나타내었다. Fig. 7(b) 피로한도($\Delta\sigma_w^0$) 일정의 경우, Tange 식은 각 균열깊이에서 0.5 mm 및 2.5 mm에서 응력확대계수/하한계응력확대계수의 비가 약간 다르게 나타났다. 즉, Ando 식에서 0.5 mm는 R=0에서 97%이지만, R=0.8에서 85%를 나타내었다. 2.5 mm는 R=0에서 99%이지만, R=0.8에서 96%를 나타내었다. Tange 식에서 0.5 mm는 R=0에서 99.4%이지만, R=0.8에서 97.2%를 나타내었다. 2.5 mm는 R=0에서 99.8%이지만, R=0.8에서 99.4%를 나타내었다.

Fig. 6, 7에서 피로한도($\Delta\sigma_w^0$) 일정에 의한 값을 사용하였을 경우, 0.5 mm는 응력비의 증가에 따라서 응력확대계수/하한계응력확대계수의 비가 점점 작아져서 보수적으로 평가되었고, 2.5 mm에서는 응력비가 작을 경우는 수정 굿맨에 의한 피로한도를 사용한 결과와 같지만, 응력비가 증가함에 따라서 응력확대계수/하한계응력확대계수의 비가 약간 작게 나타났다. 결과적으로 Tange 식과 Ando 식은 피로한도($\Delta\sigma_w^0$) 일정에 의한 피로한도를 사용하였을 경우가 안전하게 평가할 수 있다고 판단된다.

4. 결론

본 연구는 피로파괴과정의 소성거동을 검토하여, 비선형문제에 유도한 Ando 식과 El Haddad 식에서 유도한 Tange 식을 사용하였다. 균열재의 피로한도와 하한계응력확대계수는 두 식을 사용하여, 균열깊이에 따른 영향을 평가하였다. 응력비에 따르는 피로한도는 수정 굿맨과 피로한도 최댓값 일정에서 얻어진 것을 사용하였다. 각 응력비에서 얻어진 균열재의 피로한도는 수정 굿맨과 피로한도 최댓값 일정에서 얻어진 피로한도의 차이에도 불구하고, 균열깊이가 성장함에 따라서 균열재의 피로한도는 거의 비슷하게 나타났다. 그러나 0.3 mm 이하의 짧은 균열 피로한도는 각 응력비의 긴 균열의 하한계응력확대계수 $\Delta K_{th(l)}^0$ 에서 벗어나, 0.3 mm 이하의 균열은 진전하지 않는 것으로 판단된다. Ando 식의 피로한도 미소균열식과 El Haddad 식에서 유도한 Tange 식은 기본적인 생각 및 식의 형이 전혀 다름에도 불구하고, 하한계응력확대계수는 거의 일치하였다. 수정 굿맨의 피로한도를 사용한 응력확대계수/하한계응력확대계수의 비는 응력비에 관계없이 각 균열 길이에서 같았으나, 결과적으로 $\alpha = 1$ 을 사용한 Tange 식과 Ando 식은 피로한도 최댓값 일정의 응력비가 증가함에 따라서 응력확대계수/하한계응력확대계수의 비가 작아져 안정하게 평가되었다.

Author contributions

K. W. Nam; Writing-review & editing, J. Y. Hyun; Writing-original draft and conceptualization, M. H. Kim; Investigation and calculation.

References

1. J. D. Landes, J. A. Begley and G. A. Clarke, 1979, "Elastic-Plastic Fracture; Studies on Crack Initiation and Stable Crack Growth", STP668. (<https://doi.org/10.1520/STP668-EB>)

2. K. Tanaka and T. Mura, 1981, "A Dislocation Model for Fatigue Crack Initiation", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 48, No. 1, pp. 97-103. (<https://doi.org/10.1115/1.3157599>)
3. B. R. Lawn and A. G. Evans, "A Model for Crack Initiation in Elastic/Plastic Indentation Fields", *Journal of Materials Science*, Vol. 12, No. 11, pp. 2195 - 2199. (<https://doi.org/10.1007/BF00552240>)
4. B. Tomkins, 1968, "Fatigue crack propagation – an analysis", *Journal of Theoretical Experimental and Applied Physics*, Vol. 18, Issue 155 pp. 1041-1066. (<https://doi.org/10.1080/14786436808227524>)
5. M. H. El Haddad, K. N. Smith and T. H. Topper, 1979, "Fatigue Crack Propagation of Short Cracks", *J. Eng. Mater. Technol.*, Vol. 101, No. 1, pp. 42-46. (<https://doi.org/10.1115/1.3443647>)
6. D. Taylor and J. F. Knot, 1981, "Fatigue Crack Propagation Behavior of Short Cracks; The Effect of Microstructure", *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, Vol. 4, Issue 2, pp. 147-155. (<https://doi.org/10.1111/j.1460-2695.1981.tb01116.x>)
7. P. J. E. Forsyth, 1963, "Fatigue damage and crack growth in aluminium alloys." *Acta Metallurgical*, Vol. 11, Issue 7, pp. 703-715. ([https://doi.org/10.1016/0001-6160\(63\)90008-7](https://doi.org/10.1016/0001-6160(63)90008-7))
8. K. S. Kim, M. K. Kim, H. K. Kim and C. O. Kim, 2011, "Effect of Stress Ratio and Anisotropy on Fatigue Crack Propagation Behavior of AZ31B Magnesium Alloy", *KSPSE*, Vol. 15, No. 1, pp. 39-44. (<https://doi.org/10.9726/kspse.2011.15.1.039>)
9. G. D. Haryadi and S. J. Kim, "Influences of Post Weld Heat Treatment on Fatigue Crack Growth Behavior of Transverse TIG Welded Al6013-T4 Aluminum Alloy Joint", *Journal of the Korean Society for Power System Engineering*, Vol. 16, No. 4, pp. 66-73. (<https://doi.org/10.9726/kspse.2012.16.4.066>)
10. Y. S. Kong and S. J. Kim, 2014, "Macro and Microscopic Observations of Fatigue Crack Growth in Friction Stir Welded 7075-T651 Aluminum Alloy Plates", *Journal of the Korean Society for Power System Engineering*, Vol. 18, No. 2, pp. 62-69. (<https://doi.org/10.9726/kspse.2014.18.2.062>)
11. C. R. Chiang, 1994, "Threshold stress intensity factor of fatigue cracks", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 49, Issue 1, pp. 29-33. ([https://doi.org/10.1016/0013-7944\(94\)90108-2](https://doi.org/10.1016/0013-7944(94)90108-2))
12. A. Ohta, E. Sasaki, M. Nihei, M. Kosuge, M. Kanao and M. Inagaki, 1982, "Fatigue crack propagation rates and threshold stress intensity factors for welded joints of HT80 steel at several stress ratios", *International Journal of Fatigue*, Vol. 4, Issue 4, pp. 233-237. ([https://doi.org/10.1016/0142-1123\(82\)90006-8](https://doi.org/10.1016/0142-1123(82)90006-8))
13. L. Lawson, E. Y. Chen, M. Meshii, 1999, "Near-threshold fatigue: a review", *International Journal of Fatigue*, Vol. 21, pp. S15 - S34. ([https://doi.org/10.1016/S0142-1123\(99\)00053-5](https://doi.org/10.1016/S0142-1123(99)00053-5))
14. K. Ando, R. Fueki, K. W. Nam, K. Matsui and K. Takahashi, 2019, "Study on the Unification of the Threshold Stress Intensity Factor for Micro Crack Growth" *Transactions of Japan Society of Spring Engineers*, (under printing).
15. M. H. El Haddad, T. H. Topper and K. N. Smith, 1979, "Prediction of non propagating cracks", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 11, No. 3, pp. 573-584. ([https://doi.org/10.1016/0013-7944\(79\)90081-X](https://doi.org/10.1016/0013-7944(79)90081-X))
16. A. Tange, T. Akutu and N. Takamura, 1991, "Relation between shot-peening residual stress distribution and fatigue crack propagation life in spring steel", *Transactions of Japan Society of Spring Engineers*, Vol. 1991, No. 36, pp. 47-53. (<https://doi.org/10.5346/trbane.1991.47>)
17. J. C. Newman Jr and I. S. Raju, 1981, "An Empirical Stress-Intensity Factor Equation for the Surface Crack", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 15, No. 1-2, pp. 185-192. ([https://doi.org/10.1016/0013-7944\(81\)90116-8](https://doi.org/10.1016/0013-7944(81)90116-8))