Journal of Power System Engineering Vol. 24, No. 1, pp. 47-57, February 2020

동력시스템공학회지 제24권 제1호 pp. 47-57 2020년 2월 ISSN 2713-8429(Print) ISSN 2713-8437(Online) https://doi.org/10.9726/kspse.2020.24.1.047

근사모델을 이용한 강건최적설계의 자동차부품 적용 사례 Application Examples of Robust Optimization Using Approximate Model for Automobile Parts

김성욱* · 장병현** · 김성재*** · 이권희**** Seong-Uk Kim*, Byeong-Hyeon Jang**, Seong-Jae Kim***† and Kwon-Hee Lee****

(Received 30 September 2019, Revision received 03 February 2020, Accepted 05 February 2020)

Abstract: It is common to apply CAE when developing structural automobile parts. In order to predict the structural performance of an automobile part, more accurate simulation is required, which increases the size of the numerical model. In addition, the optimization technique is applied to reduce weight and improve performance. Recently, optimization methods using metamodels such as response surface method, kriging, and neural network have been widely used. In this study, kriging is adopted to predict the structural performance of automobile part. In addition, it is often unreasonable to suggest performance as a deterministic value when predicting structural performance through CAE. In this study, we introduce a robust optimization scheme that considers uncertainties, and apply it to the design of automobile parts. In this study, the robust optimizations for a control arm and a ball joint were performed respectively. The uncertainties in the tolerances and material property were taken into consideration, and the control arm was optimized for the lightweight design. On the contrary, and the optimum design of the ball joint was suggested considering the pull-out strength. As a result, each optimal solution is presented as a distribution rather than a deterministic value.

Key Words: Robust optimization, Control arm, Ball joint, Kriging

1. 서 론

자동차부품 개발 시 성능 향상, 개발비 절감 등의

이유로 CAE를 적용하는 것이 일반화되어 있다. 특히 자동차의 차체 및 섀시의 구조 부품인 경우 에는 더욱 그러하며 최적화의 적용도 활발하다.

**** 이권희(ORCID:https://orcid.org/0000-002-9827-4717) : 교수, 동아대학교 기계공학과

E-mail: leekh@dau.ac.kr, Tel: 051-200-7638

*김성욱(ORCID:https://orcid.org/0000-002-9827-4701):

연구원, ㈜두산 모트롤 방산연구개발 2팀

**장병현(ORCID:https://orcid.org/0000-002-9827-4701):

주임연구원, 센트랄 중앙연구소

***김성재(ORCID:https://orcid.org/0000-002-9827-5824) :

부교수, 동아대학교 기계공학과

*** Kwon-Hee Lee(ORCID:https://orcid.org/0000-0001-6188-8662): Professor, Department of Mechanical Engineering, Dong-A University.

E-mail: leekh@dau.ac.kr, Tel: 051-200-7638

*Seong-Uk Kim(ORCID:https://orcid.org/0000-0001-8227-9233)

: Researcher, Doosan System R&D team 2, Doosan Motrol BG

**Byeong-HyeonJang(ORCID:https://orcid.org/0000-0003-196 9-4535) Chief Researcher, Technical Center, Centra.l

***Seong-Jae Kim(ORCID:https://orcid.org/0000-0001-7562-4035)

: Associate Professor, Department of Mechanical Engineering, Dong-A University.

최근에는 하드웨어와 상용프로그램의 발전으로 인해 각 부품의 수치 모델의 자유도가 수십만 개에서 수백만 개가 되는 것을 흔히 볼 수 있으며, 복잡한 형상을 설계변수로 선정하여 최적화하는 사례도 많이 있다. 이 과정에서 메타모델을 이용하여 근사모델을 생성하고 최적화를 수행하는 방법들이 많이 채택되고 있다. 메타모델을 생성하는 방법으로는 반응표면법(response surface method), 크리깅(kriging), 뉴럴네트워크(neural network) 등의기법들이 많이 사용된다.

본 연구에서는 최적화의 대상이 되는 컨트롤암과 볼조인트는 A사에서 개발 중이었던 제품들이다. 1) 컨트롤암의 양단은 차체프레임 및 너클과 연결되어 피봇 역할을 하게 하며 승차감과 차량 조종 안정성에 영향을 미친다. 1-3) 본 연구 대상인 컨트롤암의 재료는 알루미늄이며 단조 공법으로 제작이 된다. 이때 검토되는 구조적 성능은 정강도해석 시 등가소성변형률이다. 컨트롤암의 최적화문제는 컨트롤암의 경량화 설계를 위해서 중량을최소화하면서 등가소성변형률이 허용값 이내가되도록 하는 것으로 정의될 수 있다.

볼조인트는 컨트롤암과 너클의 연결 부위에 설치되어 회전을 원활하게 하며 스터드, 플러그, 소켓 및 시트로 구성이 된다. 1,460 볼조인트 개발 시가장 중요하게 고려되는 구조적 성능은 풀아웃 (pull-out) 강도이다. 풀아웃 강도는 볼조인트의 스터드에 길이 방향으로 하중을 작용시킬 때 스터드가 조립체로부터 이탈이 되게 하는 경계 하중을 의미한다. 즉 볼조인트는 풀아웃 강도의 허용하중 이내에서 이탈이 안되도록 설계가 되어야한다. 볼조인트의 최적화는 풀아웃 강도를 설계요구조건으로 고려하였다.

컨트롤암 및 볼조인트의 최적화에 대한 연구는 그동안 많이 진행되어 왔다. 1,2,4-6) 그러나 기존의 연구들은 수치해석 및 최적화 과정에서 존재하는 불확실성을 고려하지 않고 최적화된 성능을 결정론적 값으로 제시하였다. 불확실성이란 다구찌법에서 정의한 잡음(noise)에 해당하는 것으로서 부품이 갖고 있는 제작오차와 재료 물성치의 변동이 예가 될 수 있다. 단 기존의 연구 (5), (6)에서

는 다구찌법이나 사례연구를 통하여 이들을 고려 하고 결과를 분포로써 제시하고 있지만 산출된 최적해는 한정된 후보군 중에서 선정된 것이다.

본 연구에서는 메타모델 기법 중 크리깅을 이용하고 이 근사모델을 기초로 하여 통계량을 이계미분까지 전개한 강건최적설계^{1,7,8)}를 위한 정식화를 정의하였다. 기존의 연구^{7,8)}에 의하면 비선형성이 크거나 강건설계를 위해서는 크리깅 모델의신뢰도가 높다고 알려져 있다.

강건최적설계는 설계문제의 성격에 따라 결정 론적 최적화에 포함된 반응치의 분포를 평균과 분산으로 표현함으로써 정의할 수 있다. 이 과정 에서 이계미분을 이용한 통계량의 근사화는 근사 모델의 신뢰도가 보장이 될 경우 강건설계의 해 도 합리적으로 산출하게 한다.

컨트롤암과 볼조인트는 제작공차를 가지고 있으므로 이를 잡음으로 고려할 수 있다. 그러나 복잡한 형상을 가지고 있는 부품의 특성상 이를 모두 고려하기는 불가능하여 설계변수 만의 제작공차를 잡음으로 고려하였고 이 외의 형상에 대한잡음은 없다고 가정하였다. 또한 컨트롤암의 경우결정론적 해석에서는 재료의 특성이 일정하다고가정하지만 실제로는 각 제품마다 변동을 가지고있다. 재료 특성 중 항복강도의 변동이 등가소성변형률에 유의미한 변동을 유발하여 이를 잡음으로 고려하였다. 강건최적설계 모듈은 Matlab으로코딩을 하였으며 크리깅 근사모델 생성은 Lophaven등%이 공개한 Matlab 툴박스를 이용하였다.

2. 강건최적설계를 위한 근사모델 및 검증

2.1 강건설계를 위한 정식화

단일 목적함수와 m 개의 제약조건을 갖는 결정 론적 최적화 문제는 다음과 같이 정의할 수 있다.

여기서 f는 목적함수, g)는 제약조건함수, **b**는 설계변수 벡터를 의미한다.

식 (1)에서 설계파라미터 벡터 **b**′, 설계변수 **b**에 대한 잡음 **z**^b, 설계파라미터 **b**'에 대한 잡음 **z**^b'을 고려하면 식 (1)은 다음과 같이 수정될 수 있다. ^{1,7,8)}

$$\begin{split} & \textit{Minimize} \quad [(\mu_f - m_f)^2, \sigma_f^2] \\ & \textit{Subject to} \quad g_j(\boldsymbol{b} + \boldsymbol{z}^b, \boldsymbol{b}' + \boldsymbol{z}^{b'}) \leq 0, j = 1, ..., m \\ & \mu_f = E[f(\boldsymbol{b} + \boldsymbol{z}^b, \boldsymbol{b}' + \boldsymbol{z}^{b'})] \\ & \sigma_f^2 = E[f(\boldsymbol{b} + \boldsymbol{z}^b, \boldsymbol{b}' + \boldsymbol{z}^{b'}) - \mu_f]^2 \\ & \boldsymbol{b}_L \leq \boldsymbol{b} \leq \boldsymbol{b}_U \end{split}$$

여기서 μ , α^2 는 f의 평균 및 분산을 \mathbf{b}_L , \mathbf{b}_U 는 각각 설계변수의 하한값 및 상한값 벡터를 의미한다. 식 (2)에서 수정된 목적함수는 식 (1)에서 원래의 단일 목적함수가 다중 목적함수로 치환이된 것이다. 즉, 강건설계에서는 성능특성치가 목표값에 근접하면서 분포가 최소가 되도록 하는설계변수를 찾는 문제로 귀결될 수 있다. 식 (2)의다중 목적함수는 다구찌법에서 신호 대 잡음비인 SN 비로 대치된다. 그러나 설계 문제의 특성에 따라 식 (2)의 정식화는 다른 형태의 함수들로 변경시킬 수 있다.

원래 목적함수와 제약조건 함수의 통계량을 설계변수의 함수로 표현하는 것은 설계변수가 간단한 명시함수로 표현이 될 경우에는 가능하지만 그렇지 않은 경우는 대부분 불가능하다. 또한 함수의 통계량의 근사값을 구하는 것도 많은 계산시간이 필요하거나 불가능할 수도 있다. 이를 위하여 본 연구에서는 반응치의 함수를 직접 이용하지 않고 크리깅 모델^{1,7,8,10,11,12})을 이용하였다.

반응치 함수 $h(\mathbf{x})$ 에 대한 크리깅 모델은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\widehat{h(\mathbf{x})} = \widehat{\beta} + \mathbf{r}^{T}(\mathbf{x})\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{h} - \widehat{\beta}\mathbf{i})$$
(3)

여기서 ^은 추정치를 의미하며 $\mathbf{x}=[\mathbf{b}\ \mathbf{b}']$, \mathbf{r} 은 상 관벡터, \mathbf{R} 은 상관행렬, β 는 상수, \mathbf{i} 는 단위행렬이다. 상관행렬 \mathbf{R} 및 상관벡터 \mathbf{r} 은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$R(x^{i},x^{j}) = \exp\left[-\sum_{k=1}^{n} \theta_{k} |x_{k}^{i} - x_{k}^{j}|^{2}\right]$$

$$\psi = 1,...,s, j = 1,...,s$$

$$\mathbf{r}(\mathbf{x}) = [R(\mathbf{x},\mathbf{x}^{1}), R(\mathbf{x},\mathbf{x}^{2}),..., R(\mathbf{x},\mathbf{x}^{s})]^{T}$$

$$(4)$$

여기서 s는 표본점의 수이다. 즉 식 (1)에 포함된 반응치는 식 (4)를 이용하여 대치시킬 수 있다. 그 다음 식 (2)에서 각 함수의 평균 및 분산은 식 (4)를 기초로 다음과 같이 전개할 수 있다.^{1,7,8,12)}

$$\widehat{\mu_{h}} \approx \widehat{h(\boldsymbol{x})}_{\boldsymbol{x}_{0}} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n} \left(\frac{\partial^{2} \widehat{h}}{\partial x_{k}^{2}} \right)_{\boldsymbol{x}_{0}} \cdot \sigma_{x_{i}}^{2}$$

$$\widehat{\sigma_{h}^{2}} \approx \sum_{k=1}^{n} \left(\frac{\partial \widehat{h}}{\partial x_{k}} \right)_{\boldsymbol{x}_{0}}^{2} \cdot \sigma_{x_{i}}^{2}$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n} \sum_{l=1}^{n} \left(\frac{\partial^{2} \widehat{h}}{\partial x_{k} \partial x_{l}} \right)_{\boldsymbol{x}_{0}}^{2} \cdot (\sigma_{x_{k}}^{2}) (\sigma_{x_{l}}^{2})$$

$$(5)$$

여기서 x_0 는 특정 설계점을 의미한다. 식 (5)에 포함된 1계 미분 및 2계 미분은 다음과 같다.

$$\begin{split} &\frac{\partial \hat{\boldsymbol{h}}}{\partial x_k} = \frac{\partial \boldsymbol{r}^T}{\partial x_k} \boldsymbol{R}^{-1} (\boldsymbol{h} - \hat{\boldsymbol{\beta}} \boldsymbol{i}) \\ & where \\ &\frac{\partial \boldsymbol{r}^T}{\partial x_k} = \left[-2\theta_k (x_k - x_k^1) Z^1, ..., -2\theta_k (x_k - x_k^s) Z^s \right] \\ & Z^l = \exp \left[-\theta_1 (x_1 - x_1^l)^2, ..., -\theta_n (x_n - x_n^l)^2 \right], \\ & l = 1, ..., s \end{split}$$

$$\frac{\partial^{2} \hat{h}}{\partial x_{k} \partial x_{l}} = \frac{\partial^{2} \mathbf{r}^{T}}{\partial x_{k} \partial x_{l}} \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{h} - \hat{\beta} \mathbf{i})$$

$$where$$

$$\frac{\partial^{2} \mathbf{r}}{\partial x_{k}^{2}} = \begin{bmatrix} -2\theta_{k} Z^{1} (1 - 2\theta_{k} (x_{k} - x_{k}^{1})^{2}) \\ \dots \\ -2\theta_{k} Z^{s} (1 - 2\theta_{k} (x_{k} - x_{k}^{s})^{2}) \end{bmatrix}, \frac{\partial^{2} \mathbf{r}}{\partial x_{k} \partial x_{l}} = \begin{bmatrix} (-2\theta_{k} (x_{k} - x_{k}^{1})) (-2\theta_{l} (x_{l} - x_{l}^{1})) Z^{1} \\ \dots \\ (-2\theta_{k} (x_{k} - x_{k}^{s})) (-2\theta_{l} (x_{l} - x_{l}^{1}) Z^{1} \end{bmatrix}$$

강건최적화를 위한 전반적인 순서도를 Fig. 1에 표시하였다. 표본점 수는 설계변수의 수, 설계변수의 범위, 설계 문제에 포함된 함수의 비선형성 정도, 해석 시간 등에 따라 경험적으로 결정된다.

본 연구에서의 표본점 수는 기존 연구^{7,8)}의 예제에서 제시된 표본점 수를 고려하여 수학적 문제에서는 50개, 컨트롤암 문제에서는 40개, 볼조인트 문제에서는 25개로 설정하였다.

2.2 수치예제를 통한 검증

본 장에서는 식 (8), (9)와 같이 설계변수가 각 각 3개, 2개인 수치 예제를 통해 Fig. 1에서 제시 한 강건최적화 과정을 검증하였다.¹⁾

$$h(\mathbf{b}) = 10b_1^3 + b_1^4b_2^3 + b_3 \tag{8}$$

$$h(\mathbf{b}) = 2 + 0.01(b_2 - b_1^2)^2 + (1 - b_1)^2$$

$$+ 2(2 - b_2)^2 + 7\sin(0.5b_1)\sin(0.7b_1b_2)$$
(9)

두 문제에서 설계변수 b,의 범위, 공차 Δb , 공차와 표준편차와 α ,의 관계는 동일하며 식 (10)과 같이 가정하였다. 즉 설계변수의 분포는 정규분포를 따르고 설계변수의 공차 이내에 설계변수의 99.7%가 포함된다고 가정한 것이다. 1,8)

$$0 \le b_i \le 3$$

$$\sigma_b = \Delta b_i / 6, \ \Delta b_i = 0.15$$
(10)

식 (8)의 함수를 대치시키기 위하여 50개의 표 본점을 Matlab에 내장되어 있는 라틴하이퍼큐브

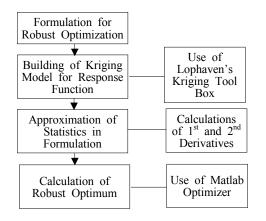


Fig. 1 Flowchart for robust optimization

Table 1 Comparison of statistics for Eq. (8)

No	b_1, b_2, b_3	$\widehat{\mu_h}$	μ_h	% error
1	2.48, 2.84, 1.18	1019.5	1019.0	0.05
2	0.55, 2.28, 2.24	4.976	4.970	0.12
3	1.08, 1.59, 2.06	20.269	20.247	0.11
4	2.94, 2.23, 0.79	1092.1	1091.7	0.04
5	0.34, 0.72, 0.01	0.401	0.412	2.67
No	b_1, b_2, b_3	$\hat{\sigma_h}$	σ_h	% error
1	2.48, 2.84, 1.18	45.606	45.640	0.07
2	0.55, 2.28, 2.24	0.440	0.423	4.11
3	1.08, 1.59, 2.06	1.432	1.412	1.37
4	2.94, 2.23, 0.79	44.781	44.783	0.005
5	0.34, 0.72, 0.01	0.089	0.089	0.00

생성 명령어 Ihsdesign을 이용하였다. 크리깅 근사모델을 이용하여 함수의 근사모델을 구한 후, 이함수의 평균과 표준편차에 대한 통계량을 임의의설계점 5개에 대하여 비교하였다. 이를 Table 1에정리하였다. 임의의 설계점 5개에 대하여 해석값과 근사값이 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 이는 근사함수를 생성하기 위한 표본점 개수 s에 영향을 받으며, 이 값이 크면 클수록 통계량도 정확히 산출되지만 함수계산 횟수가 많아지는 단점이 있다.

두 번째 문제는 식 (9)의 함수를 갖고 식 (11)~(13)의 강건설계를 위한 정식화를 가정하였다. (8)

$$Minimize \ \widehat{\sigma_h}$$
 (11)

Minimize
$$\hat{\sigma_h}$$
 (12)
Subject to $\hat{P}_s = 1.0 \ (LB = -\infty, UB = 2.5)$

Table 2 Robust optimum of Eqs. (11)~(13)

Eq.	b_1, b_2	$\widehat{\mu_h}(\mu_h)$	$\hat{\sigma_h}(\sigma_h)$
11	0.170, 1.979	2.875(2.872)	0.005(0.004)
12	2.461, 2.612	-1.436(-1.441)	0.019(0.020)
13	0.170, 1.979	2.875(2.872)	0.005(0.004)

Minimize
$$\hat{\sigma_h}$$
 (13)
Subject to $\hat{P}_s = 1.0 \ (LB = -\infty, UB = 3.0)$

여기서 Ps는 설계성공확률로서 다음과 같이 정 의된다.1,8)

$$P_{s} = \int_{LB}^{UB} \frac{1}{\sigma_{h} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(h - \mu_{h})^{2}}{2\sigma_{h}^{2}}} dh$$
 (14)

식 (11)~(13)의 강건최적화 문제를 Fig. 1에 제 시한 과정을 통해 강건해를 산출하였으며, 이를 Table 2에 정리하였다. 또한 해석적인 통계량과 근사모델을 이용한 통계량을 비교하였다. 앞의 예 제와 마찬가지로 근사 통계량이 해석적 통계량에 근접해 있음을 알 수 있다. 식 (9)만을 최소화시키 는 결정론적 최적해는 3개의 국부최적해가 존재 한다. 그 최적해에서의 통계량은 각각 $[{h_1}^* \ \mu_1^* \ \sigma$ $_{1}^{*}$]=[2.866 2.872 0.004], [h_{2}^{*} μ_{2}^{*} σ_{2}^{*}]=[5.935 5.931 0.007], $[h_3* \mu_3* \sigma_3*]=[-1.456 - 1.441 0.020]$ 이다.

식 (11)의 최적화 문제에서는 표준편차만을 최 소화하는 경우로서, 강건해는 결정론적 최적해 중 표준편차가 최소가 되는 설계점이 강건해로 산출 되어야 한다. 이는 Table 2에서 볼 수 있듯이 첫 번째 강건해는 결정론적 최적해에 근접해 있다. 그러나 식 (12)의 최적화 문제에서는 강건해에서 의 함수값이 상한값인 2.5를 넘으면 안되기 때문 에 결정론적 해와는 다른 점이 최적해로 산출되 었다. 반면에 식 (13)의 최적화 문제에서는 강건해 에서의 함수값이 3.0을 넘으면 안되므로 Table 2 의 세 번째 강건해는 첫 번째 결정론적 최적해에 근접해 있다.

3. 컨트롤암의 강건최적화

3.1 초기설계 및 강성해석

본 연구의 대상이 되는 컨트롤암은 승용차의 현가계와 조향계를 연결하는 구조부품으로서 알 루미늄 재질로 설계되었으며, 약 2.5~3.0 kg의 중 량을 갖고 있다. 개발과정에서 검토해야 하는 구 조적 성능으로는 강도, 강성, 좌굴, 내구, 진동 등

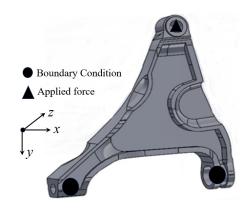


Fig. 2 Initial design of a control arm

이 있다. 컨트롤암의 초기설계에서는 구조성능 모 두 여유 있게 만족하고 있다. 반면에 등가소성변 형률 <table-container>에 대한 안전율이 상대적으로 작아 이를 고려하여 최적화를 진행하였다.1)

컨트롤암 개발단계에서의 초기 모델을 Fig. 2에 표시하였다. 경계조건은 Fig. 2에서와 같이 조향계 와 연결되는 지점에 부여하였으며, 하중은 현가계 와 연결되는 지점에 작용하였다. 그 크기는 70 kN(Fx=58.60 kN, Fy=-38.09 kN, Fz=3.22 kN)이며, 이는 완성차업체 B 사로부터 제공받은 것이다. 초 기중량은 2.92 kg이며, 초기해석결과는 등가소성 변형률이 0.51%로 산출되어 이는 기준치보다 작 으므로 경량화가 가능하다.

3.2 설계변수 및 잡음의 선정

컨트롤암의 초기설계에서 중량을 감소하고자 내부에 구멍을 두 개 생성하였으며, 이 모델을 기 초로 중량 및 등가소성변형률에 동시에 영향을 미치리라고 예상되는 형상설계변수 후보를 4개 선정하였다. 이를 Fig. 3에 표시하였다. 설계변수 후보 b1은 컨트롤암 상부 표면의 z축 방향 위치를 결정하며, 설계변수 후보 b_2 는 컨트롤암 하부 표 면의 z축 방향 위치를 결정한다. 반면에 설계변수 후보 b_1 은 컨트롤암 상부 표면의 z축 방향 위치를 결정하며, 설계변수 후보 b_2 는 컨트롤암 하부 표 면의 z축 방향 위치를 결정한다. 반면에 설계변수 후보 b3와 b4는 내부 구멍의 크기를 결정한다. 각 설계변수 후보의 범위는 다음과 같다.

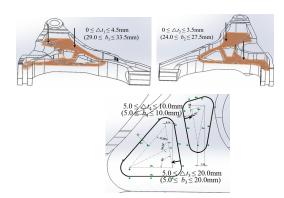


Fig. 3 Candidates of design variables

Table 3 L9(34) orthogonal array experiment

No.	b_1	b_2	b_3	b_4	\mathcal{E}_{p}	w
10.	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(%)	(kg)
1	29.00	24.00	5.00	5.00	0.63	2.83
2	29.00	25.75	12.50	7.50	0.95	2.67
3	29.00	27.50	20.00	10.00	5.24	2.52
4	31.25	24.00	12.50	10.00	1.03	2.64
5	31.25	25.75	20.00	5.00	4.86	2.52
6	31.25	27.50	5.00	7.50	1.59	2.49
7	33.50	24.00	20.00	7.50	5.77	2.5
8	33.50	25.75	5.00	10.00	1.75	2.46
9	33.50	27.50	12.50	5.00	6.00	2.36

Table 4 ANOVA for weight

DV	S	ϕ	V	F	F(0.1)
b_1	0.0834	2	0.0417	81.140	9
b_2	0.0574	2	0.0287	55.835	9
b_3	0.0097	2	0.0048	9.419	9
b_4	0.001	2	0.0005	-	-
Error	0.001	2	0.0005	-	-

Table 5 ANOVA for equivalent plastic strain

DV	S	ϕ	V	F	F(0.1)
b_1	9.065	2	4.532	3.662	9
b_2	6.317	2	3.158	2.552	9
b_3	24.443	2	12.221	9.876	9
b_4	2.475	2	1.237	-	-
Error	2.475	2	1.2374	-	-

$$\begin{array}{l} 29.0mm \leq b_1 \leq 33.5mm \\ 24.0mm \leq b_2 \leq 27.5mm \\ 5.0mm \leq b_3 \leq 20.0mm \\ 5.0mm \leq b_4 \leq 10.0mm \end{array} \eqno(15)$$

설계변수 후보와 그 영향도를 파악하기 위하여 직교배열표를 이용한 실험계획법을 도입하였다. 식 (15)에서 설계변수 후보의 하한값을 1수준, 상 한값을 3수준, 하한값과 상한값의 중간을 2수준으 로 설정하고 Table 3과 같이 L₉ 직교배열표¹³⁾를 배치하였다. 9회의 해석을 통해 등가소성변형률과 중량을 구하였으며, 이것을 기초로 분산분석 (ANOVA)을 수행하였다. 이것을 Table 4 및 Table 5에 정리하였다. 중량에 대한 영향도는 b_1 , b_2 , b_3 순으로 크며, 등가 소성변형률인 경우의 영향도는 b_3, b_1, b_2 순이다. 유의수준 0.1을 고려하면 중량은 b_1, b_2, b_3 가 등가소성변형률은 b_3 가 각각 유의함을 알 수 있다. 반면에 b₄는 영향도가 없어 오차항에 풀링시킨 것이다. 이 결과를 기초로 최적화 과정 에서 설계변수는 b_4 를 제외한 b_1 , b_2 , b_3 로 선정하 였다.

설계과정에서 존재할 수 있는 불확실성은 여러 가지가 있을 수 있지만 본 연구에서는 설계변수로 선정된 변수의 공차와 알루미늄 재료 특성인 항복강도의 변동을 잡음으로 선정하였다. 알루미늄의 항복강도 b_1' =246.35 MPa이다. 즉 식 (2)에서 \mathbf{b} =[b_1 b_2 b_3], \mathbf{b}' =[b_1']으로 표시할 수 있다. 각 분포를 정규분포로, 각 변수의 표준편차와 공차는 a_1 = $\Delta b_1/6$ (i=1~3), a_1' = $\Delta b_1'/6$ 의 관계를, 공차는 a_2 = a_1 = a_2 = a_2 = a_3 = a_3 = a_3 = a_4 = a_3 = a_4 = a_3 = a_4 = a_5 =

3.3 강건최적화 수행

중량을 최소화시키면서 등가소성변형률이 제한 치 이하가 되도록 하는 강건설계를 위한 정식화 는 다음과 같이 표시할 수 있다.

Minimize
$$\widehat{\mu_{w}}$$
 (16)
Subject to $\widehat{\mu_{\epsilon_{p}}} + 3\widehat{\sigma_{\epsilon_{p}}} \le \epsilon_{pa}$
 $29.0mm \le b_{1} \le 33.5mm$
 $24.0mm \le b_{2} \le 27.5mm$
 $5.0mm \le b_{3} \le 20.0mm$

Table 6 LHD for kriging model (control arm)

No	(mm)	(mm)	(mm)	(MPa)	<i>E</i> _p (%)	(kg)
1	30.26	26.23	14.76	243.96	2.57	2.56
2	33.00	26.34	16.19	253.98	4.75	2.42
3	32.93	27.27	5.22	230.11	4.30	2.41
4	32.05	26.06	17.33	236.82	5.86	2.47
5	29.49	25.10	9.15	235.34	0.94	2.69
6	32.31	25.90	7.64	229.09	2.68	2.51
7	31.45	27.23	10.04	260.25	1.56	2.47
8	31.93	25.37	13.41	255.69	1.98	2.53
9	29.93	27.49	17.39	261.34	2.89	2.50
10	31.62	24.28	8.24	250.64	0.65	2.63
11	33.07	24.67	8.69	233.57	1.84	2.53
12	30.37	24.91	5.47	230.82	0.91	2.68
13	29.39	27.11	10.87	233.00	2.12	2.58
14	33.48	27.40	9.85	262.86	4.76	2.36
15	30.48	25.53	19.85	248.01	4.57	2.55
16	29.64	26.67	12.14	239.88	2.17	2.58
17	29.26	24.25	18.39	231.52	3.39	2.68
18	31.77	25.44	19.58	246.52	5.63	2.50
19	31.06	24.98	13.12	265.99	0.86	2.59
20	31.29	24.06	5.97	227.65	0.79	2.67
21	31.59	24.82	19.07	256.42	3.68	2.54
22	29.03	26.47	18.75	235.93	4.73	2.58
23	30.16	24.10	12.73	242.48	1.04	2.69
24	32.62	25.28	15.69	252.50	3.05	2.49
25	29.68	24.44	6.55	264.32	0.48	2.73
26	29.82	25.99	11.56	240.95	1.63	2.61
27	31.01	26.94	17.92	251.74	4.27	2.47
28	32.38	26.83	14.12	262.09	2.78	2.43
29	30.59	24.71	14.63	259.20	1.03	2.62
30	33.37	25.14	6.39	249.76	1.38	2.50
31	29.16	24.56	11.91	248.79	0.70	2.72
32	30.11	25.76	7.31	226.47	1.37	2.63
33	33.22	26.40	10.31	257.98	2.77	2.43
34	31.87	27.00	16.90	241.72	5.64	2.44
35	32.16	26.18	13.68	265.16	2.01	2.48
36	30.76	25.73	15.46	245.43	2.67	2.56
37	30.86	26.79	7.03	254.64	1.02	2.54
38	32.71	24.42	16.51	238.00	3.82	2.52
39	31.24	25.66	11.28	244.77	1.76	2.56
40	32.53	26.57	9.10	239.30	3.01	2.46

Table 7 Confirmation analyses at optimum (control

$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$						
2 29.612 27.527 5.431 1.876 2.571 3 29.649 27.523 5.515 1.866 2.569 4 29.614 27.449 5.429 1.866 2.575 5 29.622 27.443 5.532 1.801 2.575 6 29.731 27.500 5.445 1.832 2.566 7 29.712 27.569 5.422 1.998 2.563 8 29.655 27.476 5.430 1.807 2.572 9 29.750 27.513 5.485 1.971 2.564 10 29.612 27.459 5.464 1.810 2.575 11 29.673 27.538 5.445 1.959 2.567 12 29.665 27.463 5.517 1.846 2.571 13 29.722 27.501 5.480 1.885 2.565 14 29.727 27.530 5.475 1.869 2.565 15<	No	(mm)	(mm)	(mm)	Ep(%)	(kg)
3 29.649 27.523 5.515 1.866 2.569 4 29.614 27.449 5.429 1.866 2.575 5 29.622 27.443 5.532 1.801 2.575 6 29.731 27.500 5.445 1.832 2.566 7 29.712 27.569 5.422 1.998 2.563 8 29.655 27.476 5.430 1.807 2.572 9 29.750 27.513 5.485 1.971 2.564 10 29.612 27.459 5.464 1.810 2.575 11 29.673 27.538 5.445 1.959 2.567 12 29.665 27.463 5.517 1.846 2.571 13 29.722 27.501 5.480 1.885 2.566 14 29.727 27.530 5.475 1.869 2.565 15 29.635 27.569 5.435 1.885 2.565 15	1	29.713	27.466	5.519	1.953	2.569
4 29.614 27.449 5.429 1.866 2.575 5 29.622 27.443 5.532 1.801 2.575 6 29.731 27.500 5.445 1.832 2.566 7 29.712 27.569 5.422 1.998 2.563 8 29.655 27.476 5.430 1.807 2.572 9 29.750 27.513 5.485 1.971 2.564 10 29.612 27.459 5.464 1.810 2.575 11 29.673 27.538 5.445 1.959 2.567 12 29.665 27.463 5.517 1.846 2.571 13 29.722 27.501 5.480 1.885 2.566 14 29.727 27.530 5.475 1.869 2.565 15 29.635 27.559 5.530 1.915 2.568 16 29.681 27.569 5.435 1.885 2.565 1	2	29.612	27.527	5.431	1.876	2.571
5 29.622 27.443 5.532 1.801 2.575 6 29.731 27.500 5.445 1.832 2.566 7 29.712 27.569 5.422 1.998 2.563 8 29.655 27.476 5.430 1.807 2.572 9 29.750 27.513 5.485 1.971 2.564 10 29.612 27.459 5.464 1.810 2.575 11 29.673 27.538 5.445 1.959 2.567 12 29.665 27.463 5.517 1.846 2.571 13 29.722 27.501 5.480 1.885 2.566 14 29.727 27.530 5.475 1.869 2.565 15 29.635 27.559 5.530 1.915 2.568 16 29.681 27.569 5.435 1.885 2.565 17 29.674 27.507 5.506 1.965 2.570	3	29.649	27.523	5.515	1.866	2.569
6 29.731 27.500 5.445 1.832 2.566 7 29.712 27.569 5.422 1.998 2.563 8 29.655 27.476 5.430 1.807 2.572 9 29.750 27.513 5.485 1.971 2.564 10 29.612 27.459 5.464 1.810 2.575 11 29.673 27.538 5.445 1.959 2.567 12 29.665 27.463 5.517 1.846 2.571 13 29.722 27.501 5.480 1.885 2.566 14 29.727 27.530 5.475 1.869 2.565 15 29.635 27.559 5.530 1.915 2.568 16 29.681 27.569 5.435 1.885 2.565 17 29.674 27.507 5.506 1.965 2.570 19 29.714 27.446 5.506 1.956 2.570 <td< td=""><td>4</td><td>29.614</td><td>27.449</td><td>5.429</td><td>1.866</td><td>2.575</td></td<>	4	29.614	27.449	5.429	1.866	2.575
7 29.712 27.569 5.422 1.998 2.563 8 29.655 27.476 5.430 1.807 2.572 9 29.750 27.513 5.485 1.971 2.564 10 29.612 27.459 5.464 1.810 2.575 11 29.673 27.538 5.445 1.959 2.567 12 29.665 27.463 5.517 1.846 2.571 13 29.722 27.501 5.480 1.885 2.566 14 29.727 27.530 5.475 1.869 2.565 15 29.635 27.559 5.530 1.915 2.568 16 29.681 27.569 5.435 1.885 2.565 17 29.674 27.507 5.506 1.965 2.570 18 29.704 27.446 5.506 1.956 2.570 19 29.714 27.447 5.450 1.835 2.570	5	29.622	27.443	5.532	1.801	2.575
8 29.655 27.476 5.430 1.807 2.572 9 29.750 27.513 5.485 1.971 2.564 10 29.612 27.459 5.464 1.810 2.575 11 29.673 27.538 5.445 1.959 2.567 12 29.665 27.463 5.517 1.846 2.571 13 29.722 27.501 5.480 1.885 2.566 14 29.727 27.530 5.475 1.869 2.565 15 29.635 27.559 5.530 1.915 2.568 16 29.681 27.569 5.435 1.885 2.565 17 29.674 27.507 5.506 1.965 2.569 18 29.704 27.446 5.506 1.956 2.570 19 29.714 27.447 5.450 1.835 2.570	6	29.731	27.500	5.445	1.832	2.566
9 29.750 27.513 5.485 1.971 2.564 10 29.612 27.459 5.464 1.810 2.575 11 29.673 27.538 5.445 1.959 2.567 12 29.665 27.463 5.517 1.846 2.571 13 29.722 27.501 5.480 1.885 2.566 14 29.727 27.530 5.475 1.869 2.565 15 29.635 27.559 5.530 1.915 2.568 16 29.681 27.569 5.435 1.885 2.565 17 29.674 27.507 5.506 1.965 2.569 18 29.704 27.446 5.506 1.956 2.570 19 29.714 27.447 5.450 1.835 2.570	7	29.712	27.569	5.422	1.998	2.563
10 29.612 27.459 5.464 1.810 2.575 11 29.673 27.538 5.445 1.959 2.567 12 29.665 27.463 5.517 1.846 2.571 13 29.722 27.501 5.480 1.885 2.566 14 29.727 27.530 5.475 1.869 2.565 15 29.635 27.559 5.530 1.915 2.568 16 29.681 27.569 5.435 1.885 2.565 17 29.674 27.507 5.506 1.965 2.569 18 29.704 27.446 5.506 1.956 2.570 19 29.714 27.447 5.450 1.835 2.570	8	29.655	27.476	5.430	1.807	2.572
11 29.673 27.538 5.445 1.959 2.567 12 29.665 27.463 5.517 1.846 2.571 13 29.722 27.501 5.480 1.885 2.566 14 29.727 27.530 5.475 1.869 2.565 15 29.635 27.559 5.530 1.915 2.568 16 29.681 27.569 5.435 1.885 2.565 17 29.674 27.507 5.506 1.965 2.569 18 29.704 27.446 5.506 1.956 2.570 19 29.714 27.447 5.450 1.835 2.570	9	29.750	27.513	5.485	1.971	2.564
12 29.665 27.463 5.517 1.846 2.571 13 29.722 27.501 5.480 1.885 2.566 14 29.727 27.530 5.475 1.869 2.565 15 29.635 27.559 5.530 1.915 2.568 16 29.681 27.569 5.435 1.885 2.565 17 29.674 27.507 5.506 1.965 2.569 18 29.704 27.446 5.506 1.956 2.570 19 29.714 27.447 5.450 1.835 2.570	10	29.612	27.459	5.464	1.810	2.575
13 29.722 27.501 5.480 1.885 2.566 14 29.727 27.530 5.475 1.869 2.565 15 29.635 27.559 5.530 1.915 2.568 16 29.681 27.569 5.435 1.885 2.565 17 29.674 27.507 5.506 1.965 2.569 18 29.704 27.446 5.506 1.956 2.570 19 29.714 27.447 5.450 1.835 2.570	11	29.673	27.538	5.445	1.959	2.567
14 29.727 27.530 5.475 1.869 2.565 15 29.635 27.559 5.530 1.915 2.568 16 29.681 27.569 5.435 1.885 2.565 17 29.674 27.507 5.506 1.965 2.569 18 29.704 27.446 5.506 1.956 2.570 19 29.714 27.447 5.450 1.835 2.570	12	29.665	27.463	5.517	1.846	2.571
15 29.635 27.559 5.530 1.915 2.568 16 29.681 27.569 5.435 1.885 2.565 17 29.674 27.507 5.506 1.965 2.569 18 29.704 27.446 5.506 1.956 2.570 19 29.714 27.447 5.450 1.835 2.570	13	29.722	27.501	5.480	1.885	2.566
16 29.681 27.569 5.435 1.885 2.565 17 29.674 27.507 5.506 1.965 2.569 18 29.704 27.446 5.506 1.956 2.570 19 29.714 27.447 5.450 1.835 2.570	14	29.727	27.530	5.475	1.869	2.565
17 29.674 27.507 5.506 1.965 2.569 18 29.704 27.446 5.506 1.956 2.570 19 29.714 27.447 5.450 1.835 2.570	15	29.635	27.559	5.530	1.915	2.568
18 29.704 27.446 5.506 1.956 2.570 19 29.714 27.447 5.450 1.835 2.570	16	29.681	27.569	5.435	1.885	2.565
19 29.714 27.447 5.450 1.835 2.570	17	29.674	27.507	5.506	1.965	2.569
	18	29.704	27.446	5.506	1.956	2.570
20 29.721 27.464 5.478 1.854 2.569	19	29.714	27.447	5.450	1.835	2.570
	20	29.721	27.464	5.478	1.854	2.569

여기서 ^는 근사모델로부터 구해진 추정치를 의미하며 ε_{pa} 는 허용값으로 2.0이다. 식 (16)에서 중량의 평균 및 등가소성변형률의 평균 및 표준 편차는 크리깅 근사모델을 구성하고 식 (5)로부터 구해지는 값들을 이용한다. 설계변수의 하한값 및 상한값은 기하형상의 파라미터화 및 제작성 등을 고려하여 설정된 것이다.

먼저 식 (16)의 정식화를 해결하기 위해 매트랩 의 lhsdesign 명령어를 이용하여 40개의 표본점을 생성하였다. 각 표본점에 대하여 유한요소해석을 수행하였으며 이로부터 등가소성변형률을 산출하 였다. 이것을 Table 6에 정리하였다. 이 값들을 기 초로 매트랩 툴박스를 이용하여 크리깅 근사모델 을 생성하였다. 여기서 $\mathbf{x}=[\mathbf{b}_1 \ \mathbf{b}_1']=[x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]=[b_1]$ *b*₂ *b*₃ *b*₁기이다.

등가소성변형률에 대한 식 (3), (4)에 포함된 크

리킹 모델의 파라미터들은 \$\rightarrow\$=0.81, \$\rightarrow\$=0.496, \$\rightarrow\$=0.028, \$\rightarrow\$=0.156, \$\rightarrow\$=0.022이다. 또한 중량에 대한 크리킹 모델의 파라미터들은 \$\rightarrow\$=1.25, \$\rightarrow\$=0.662, \$\rightarrow\$=0.021, \$\rightarrow\$=0.003, \$\rightarrow\$=0.002이다. 강건최적해는 \$[b_1 \ b_2 \ b_3]=[29.682 mm 27.500 mm 5.467 mm]가 산출되었다. 이 값과 각 변수의 공차, 표준편차를 고려하고 Table 7과 같이 20개의 표본점을 생성해서 제약조건을 만족하는지를 확인하였다. 등가소성변형률이 모두 제한치를 초과하지 않고 설계요구조건을 만족하고 있음을 알 수 있다. 최적해에서 등가소성변형률의 평균 및 표준편차는 1.887, 0.0607, 중량의 평균 및 표준편차는 2.569 kg, 0.0036 kg이 산출되었다.

4. 볼조인트의 강건최적화

볼조인트 설계 시 검토되는 주요한 구조적 성능으로 풀아웃 강도가 있다. 이는 볼조인트의 길이 방향으로 하중을 작용시켰을 때 볼스터드가조립체로부터 이탈이 되게 하는 하중 크기를 의미한다. 이 강도가 작을 경우 운행 중 부품이 파손되어 심각한 사고를 유발시킬 수 있다. 본 연구의 대상인 볼조인트는 C 사의 차량에 장착되는제품으로서, Fig. 4와 같이 볼스터드, 소켓, 플러그및 베어링 부품으로 구성이 된다.1)

볼조인트의 풀아웃 강도를 위한 해석모델은 볼조인트가 Fig. 4와 같이 축대칭 형상을 하고 있으므로 Abaqus를 이용하여 2차원 유한요소 해석을 수행하였다. 경계조건 및 하중조건은 Fig. 4에서 boundary 2의 자유도를 모두 구속시키고 boundary 1에서 -y 방향으로 15 mm의 변위하중을 작용시켰다. 풀아웃 강도는 변위-반력 곡선을 산출하여 곡선에서 최고점을 풀아웃 강도로 추출한다. 초기설계에서의 풀아웃 강도한 약 70.12 kN의 값으로 산출되었으며 이에 대한 허용값은 45kN이다.

4.1 볼조인트의 잡음의 정의 및 정식화

본 연구에서는 2개의 형상변수를 설계변수로

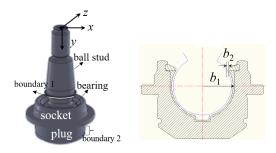


Fig. 4 Parts of a ball joint and definition of design variables

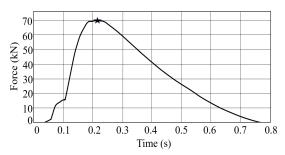


Fig. 5 Pull-out strength analysis at initial design

선정하였으며 이들의 공차를 잡음으로 정의하였다. 설계변수는 Fig. 4에 표시하였다. 경험적으로 이 설계변수들은 풀아웃 강도에 대해 매우 민감한 변화를 보인다. 따라서 형상설계변수의 공차를 잡음으로 고려하였다.

강건최적설계를 위한 정식화는 다음과 같이 표 시할 수 있다.

$$\begin{array}{ll} \textit{Minimize} & \widehat{\sigma_F} & \text{(17)} \\ \textit{Subject to} & \widehat{\mu_F} - 3\widehat{\sigma_F} \geq F_a \\ & 15.5mm \leq b_1 \leq 20.5mm \\ & 0.5mm \leq b_2 \leq 4.0mm \end{array}$$

즉 식 (2)에서 $\mathbf{b}=\mathbf{x}=[x_1\ x_2]=[b_1\ b_2]$ 이며, 각 분포를 정규분포로, 그리고 각 변수의 표준편차와 공차는 $a_b=\Delta b_b/6$ ($i=1\sim2$)의 관계를, 공차는 $\Delta b_1=1$. 0mm, $\Delta b_2=0.4$ mm로 가정하였다. 또한 식 (17)에서의 제약조건은 풀아웃 강도 F의 평균에서 3 배의 표준편차를 빼주어 최악조건인 경우에도 허용강도인 F_a 이상이 되도록 정의한 것이다.

4.2 볼조인트의 강건최적화 결과

먼저 풀아웃 강도의 크리깅 생성을 위하여 Matlab의 Ihsdesign 명령어를 사용하여 25개의 표 본점을 생성한 후, Abaqus 소프트웨어를 이용하여 각 표본점에 대하여 Table 8과 같은 풀아웃 강도 를 산출하였다. 풀아웃 강도에 대한 식 (3), (4)에 포함된 크리깅 모델의 파라미터들은 β=-0.036, θ ₁=3.535, θ₂=0.525이다. 이 크리깅 근사모델을 이 용한 식 (17)의 강건최적해는 **b***=[b₁* b₂*]=[18.876 mm 2.259 mm]로 산출이 되었다.

산출된 강건해의 검증을 위하여 강건해를 중심 으로 3수준으로 설정하고 3²=9회의 Table 9와 같 은 전조합실시를 시행하였다. 해석결과 강건해에 서의 풀아웃 강도의 평균 및 표준편차는 73.850 kN, 0.660 kN이 산출되었다.

Table 8 LHD for kriging model (ball joint)

No	b ₁ (mm)	<i>b</i> ₂ (mm)	F (kN)
1	17.965	3.880	79.678
2	20.283	1.115	75.477
3	15.937	1.553	65.603
4	16.618	1.903	69.476
5	17.591	3.177	74.488
6	16.941	1.385	67.093
7	16.169	2.221	68.389
8	18.543	0.525	65.335
9	16.725	3.108	74.058
10	19.122	3.805	81.067
11	20.311	2.464	75.895
12	17.116	2.632	72.256
13	18.394	2.925	76.969
14	16.414	3.569	74.000
15	19.607	2.860	78.167
16	19.345	2.326	74.926
17	18.248	2.131	74.395
18	17.441	1.648	70.81
19	18.719	3.363	77.033
20	19.866	3.688	82.664
21	15.506	1.839	66.031
22	15.703	0.995	63.874
23	19.041	1.212	72.874
24	19.936	0.751	71.837
25	17.87	0.909	69.282

Table 9 Confirmation analyses at optimum (ball joint)

No	b_1 (mm)	b_1 (mm)	<i>F(</i> kN)
1	19.376	2.4586	74.118
2	19.376	2.2586	74.975
3	19.376	2.0586	74.767
4	18.876	2.4586	73.027
5	18.876	2.2586	73.701
6	18.876	2.0586	73.519
7	18.376	2.4586	73.849
8	18.376	2.2586	73.359
9	18.376	2.0586	73.341

5. 결 론

본 연구에서는 자동차 부품설계 시 구조성능에 영향을 많이 미치는 잡음인자를 고려하기 위하여 강건설계 기법을 도입하였다. 강건설계 기법으로 는 크리깅 근사모델에 기초한 통계량을 이계미분 까지 포함시킨 후 강건설계를 위한 정식화를 정 의하였다. 강건설계를 위한 알고리즘은 Matlab으 로 구현되었다. 제안한 방법의 타당성을 검증하기 위하여 두 개의 수학문제에 적용하여 예측된 함 수의 평균 및 표준편차가 정해와 잘 일치함을 알 수 있었다.

컨트롤암의 설계에 제시한 강건설계를 도입하 여 최적화를 수행하였다. 강건최적해에서 중량은 2.569 kg으로서 초기모델 2.920 kg 대비 약 12%의 중량감소를 가져왔다. 그리고 강건최적해에서는 설계변수의 공차 및 재료특성의 불확실성을 고려 해도 등가소성변형률이 2.0% 이하이어야 하는 설 계요구조건을 만족시키고 있다. 또한 볼조인트의 사례에서는 주어진 설계영역에서는 풀아웃 강도 에 대한 기준을 모두 만족시키고 있다. 또한 본 연구를 통해 산출된 강건최적해에서는 풀아웃 강 도가 73.850 kN, 표준편차가 0.660 kN으로서 의 분포가 최소가 되는 해를 제시하고 있다. 자동차 부품 개발과정의 설계 단계에서 강건설계기법의 적용으로 구조적 성능 품질을 통계적으로 예측할 수 있었다.

후 기

본 논문은 중소벤처기업부 지정 기업연계형 연구개발 인력양성사업의 다학제기반 고성능자동차기계부품 설계인력 양성사업단의 지원으로 수행되었음(N036200004).

Author contributions

S. W. Kim; FE Analysis, Matlab operation, Writing of master thesis. B. H. Jang; Supply and advice of control arm and ball joint data. S. J. Kim; Technical review and project administration. K. H. Lee; Writing and supervision.

References

- S. W. Kim, 2018, "Robust Optimization of a Ball Joint and Control Arm Considering Structural Performance", MS Thesis, Dong-A University, Busan, Korea.
- B. C. Song, Y. C. Park, S. W. Kang and K. H. Lee, 2009, "Structural Optimization of an Upper Control Arm, Considering the Strength", Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering, Vol. 223, No. 6, pp. 727-735. (https://doi.org/10.1243/09544070JAUTO1090)
- 3. G. Y. Kim, S. H. Han and K. H. Lee, 2014, "Structural Optimization of a Knuckle with Consideration of Stiffness and Durability Requirements", The Scientific World Journal, Vol. 2014, Article ID 763692, pp. 1-7. (http://dx.doi.org/10.1155/2014/763692)
- B. H. Jang and K. H. Lee, 2014, "Analysis and Design of a Ball Joint, Considering Manufacturing Process", Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, Vol. 228, No. 1, pp. 146-151.

- (https://doi.org/10.1177/0954406213497317)
- B. S. Sin, S. W. Kim, J. K. Kim and K. H. Lee, 2017, "Robust Design of an Automobile Ball Joint Considering the Worst-Case Analysis", Journal of the Korean Society of Manufacturing Process Engineers, Vol. 16, No. 1, pp. 102-111.
 - (https://doi.org/10.14775/ksmpe.2016.16.1.102)
- S. W. Kim, G. I. Jung, K. H. Lee, D. J. Lee and M. G. Lee, 2018, "Prediction of Structural Performance of an Automotive Ball Joint", Journal of the Korea Academia-Industrial cooperation Society, Vol. 19, No. 1, pp. 705-713. (https://doi.org/10.5762/KAIS.2018.19.1.705)
- K. H. Lee and D. H. Kang, 2006, "A Robust Optimization Using the Statistics Based on Kriging Metamodel", J. of Mechanical Science and Technology, Vol. 20, No. 8, pp. 1169-1182.
- 8. K. H. Lee, 2010, "A Robust Structural Design Method Using the Kriging Model to Define the Probability of Design Success", Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, Vol. 224, No. 2, pp. 379-388.
 - (https://doi.org/10.1243/09544062JMES1736)
- S. N. Lophaven, H. B. Nielsen and J. Søndergaard, 2002, "A Matlab Kriging Toolbox", Version 2.0, Kongens Lyngby, Denmark.
- J. Sacks, W. J. Welch, T. J. Mitchell and H. P. Wynn, 1989, "Design and Analysis of Computer Experiments", Statistical Science, Vol. 4, No. 4, pp. 409-435.
- 11. A. Guinta and L. Watson, 1998, "A Comparison of Approximation Modeling Techniques: Polynomial Versus Interpolating Models", Proceedings of the 7th AIAA/USAF/NASA Symposiumon /ISSMO Multidiscipli Analysisand Optimization, St.Louis, MO, AIAA, Vol. 2.
- 12. K. H. Lee, G. I. Jeong and S. H. Lee, 2020,

"An Approximate Optimization Strategy Using Refined Hybrid Metamodel", Computational Intelligence, Vol. 36, No. 1, pp. 35-54. (https://doi.org/10.1111/coin.12237)

 M. S. Phadke, 1989, "Quality Engineering Using Robust Design", Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, USA.