

유도 탄성파를 이용한 배관 슬러지 특성 규명 및 검출 Characterization and Detection of Sludge inside Pipes Using Guided Elastic Waves

박경조**
Kyung-Jo Park

(Received 25 January 2022, Revision received 23 February 2022, Accepted 24 February 2022)

Abstract : A technique is presented that uses a new guided wave technique for sludge characterization and detection in long-range pipelines. Existing techniques have the limitations that the sludge position needs to be known a priori and the area to be inspected needs to be accessible. Two guided wave techniques have been developed which allow the sludge to be detected remotely without the need to access the specific location where the pipe is blocked, nor to open the pipe. The first technique measures the reflection of guided waves by sludge which can be used to accurately locate the blocked region; the second technique detects sludge by revealing the changes to the transmitted guided waves propagating in the blocked region or after it. The two techniques complement each other and their combination leads to a reliable sludge characterization and detection.

Key Words : Sludge, Blockage, Guided wave, Reflection coefficients, Energy flow

1. 서 론

배관 내에 슬러지 또는 폐색(blockage)이 발생하면 플랜트 운전 상태에 심각한 영향을 미친다. 석유화학공장 배관의 경우, 직경이 감소함에 따라 수송유체의 유동속도가 감소하여 생산성이 낮아지게 되고, 열교환기의 경우 슬러지나 폐색에 의해 절연효과가 발생하여 열전달율을 감소시킨다. 생산 공정의 조건 변화에 의해 생산품의 품질도 저하되는 효과를 유발한다.¹⁾ 또한 배관에서 일부 분리된 슬러지 잔해에 의해 생산품이 오염될 수 있으며 극단적인 경우에는 가동을 중단해야 하는

경우도 발생할 수 있다.²⁾

따라서 슬러지나 배관폐색을 조기에 진단할 수 있는 효과적인 검출방법이 필요하게 되었다. 현재 사용되는 방법은 제한적이거나 배관 내부에 접근할 수 있을 때 가능한 방법들이다. 즉 배관 내압을 증가시켜 직경이 확장된 양을 측정하거나,^{3,4)} 배관 내부에 음향압력파를 주입하여 고유진동수 천이를 측정하는 방법 등이 사용되고 있다.⁵⁾ 배관 외부에서 슬러지를 검출하는 방법으로 감마선 진단방법이 사용되고 있지만⁶⁾ 방사능 피폭의 위험 및 검사비용, 시간 등의 제약 때문에 사용이 제한되고 있는 실정이다.

*† 박경조(ORCID:<https://orcid.org/0000-0002-2957-3342>) :
교수, 전남대학교 기계설계공학부
E-mail : kjpark40@jnu.ac.kr, Tel : 061-659-7221

**† Kyung-Jo Park(ORCID:<https://orcid.org/0000-0002-2957-3342>) :
Professor, Department of Mechanical Design Engineering,
Chonnam National University.
E-mail : kjpark40@jnu.ac.kr, Tel : 061-659-7221

최근 Park⁷⁾은 내부의 슬러지를 검출하는 방법을 개발하였다. 이 방법은 단순 이중층 배관모델을 이용하여 첫 번째 비틀림 모드의 산란 및 반사 특성 해석을 통해 슬러지의 존재 유무 및 크기를 찾는 방법이다. 이 논문에서는 기존 논문에서 도입되어 사용되었던 반사계수 스펙트럼 외에 재할당 스펙트로그램(reassigned spectrogram)을 이용하여 슬러지 존재 유무를 재확인하는 방법에 대해 기술하고자 한다. 그리고 배관 내부에 에폭시를 부착하여 실제 슬러지를 모사한 배관에 대한 실험을 통해 제안된 방법의 타당성을 검토한다.

2. 슬러지 배관의 비틀림 모드 특성

내부에 슬러지를 갖는 배관은 이중층 구조의 배관으로 모델링할 수 있다. 이중층으로 구성된 배관에서 비틀림 모드인 T(0,1) 모드의 산란특성을 살펴보기 위해 내부가 축대칭 탄성 재료로 코팅되어 있는 등방성, 중공실린더를 고려하자. 시스템의 운동을 기술하기 위한 좌표계로 실린더 좌표계(r, θ, z)를 사용한다. 여기서 r 은 반경, θ 는 원주, z 는 축방향 위치를 표시한다. 등방성 매질 내에서 전파되는 전단방향 파동에 대한 운동방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.⁸⁾

$$\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = c_s^2 \nabla^2 \mathbf{H} \quad (1)$$

여기서 \mathbf{H} 는 축방향 z 에 평행한 벡터포텐셜이고 c_s 는 파동의 전단속도로 다음과 같이 기술된다.

$$c_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (2)$$

여기서 ρ 는 배관 재료의 밀도이고, μ 는 Lamé 상수이다. 식 (1)의 일반적인 해는 다음과 같은 형태를 갖는다.

$$\mathbf{H} = (AJ_0(k_r r) + BY_0(k_r r))e^{ikz} \quad (3)$$

여기서 A 와 B 는 임의의 상수이고 k_r 과 k 는 각각 r, z 방향으로 투영된 파동벡터를 나타낸다. J_0 와 Y_0 는 제 1종, 2종 베셀함수이다. 비틀림 모드의 변위장(displacement field)는 컬연산자(curl operator)를 \mathbf{H} 에 대입하여 구할 수 있다.

$$U_\theta = (CJ_1(k_r r) + DY_1(k_r r))e^{ikz} \quad (4)$$

여기서 $C = -Ak_r, D = -Bk_r$ 으로 접선방향 변위장을 나타낸다. 유도파의 위상속도는 $C_p = \omega/k$ 로 표시되므로 응력텐서는 다음 식으로 구할 수 있다.

$$\tau_{r\theta} = \mu \left(\frac{\partial U_\theta}{\partial r} - \frac{U_\theta}{r} \right) \quad (5)$$

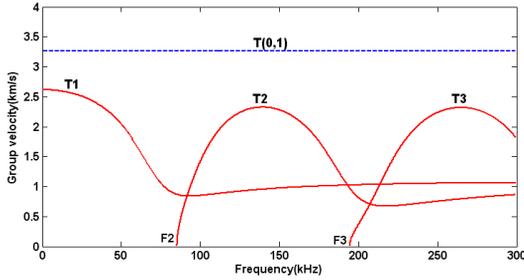
$$\tau_{z\theta} = \mu \left(\frac{\partial U_\theta}{\partial z} \right) \quad (6)$$

이중층 배관에서 전파되는 비틀림 모드의 변위장은 식 (4)에 의해 표현될 수 있으며, 여기서 C 와 D 는 배관 벽면과 내부 층에서 각각 다르므로 네 개의 미지수가 나타나고, 이는 네 개의 경계조건을 대입하여 구할 수 있다. 배관과 내부 층이 완벽하게 결합(perfect bonding)되어 있다고 가정하면 계면에서 변위와 응력 성분 $\tau_{r\theta}$ 는 연속이어야 한다. 또한 배관과 내부 층의 자유표면에서 접선 응력(traction stress)은 0이 되어야 한다. 이상의 네 개의 경계조건으로부터 미지수 C 와 D 를 구할 수 있다.

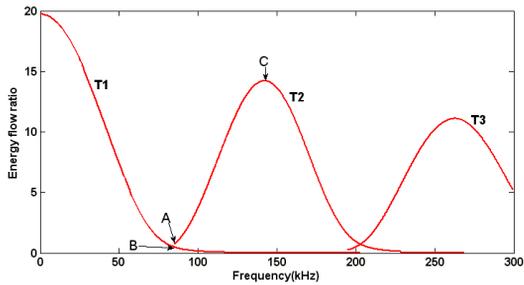
이중층 배관에서 비틀림 모드의 전파특성은 잘 알려진 파동해석 프로그램인 Disperse[®]를 이용하여 구할 수 있다. 이 연구에서 대상으로 선정된 배관은 외경 101.6 mm, 두께 2.1 mm, 길이 2 m인 주조강 배관이다. 배관과 내부 층의 재료 및 제원은 Table 1과 같다. 대상 배관에 대한 군속도(group velocity)를 Fig. 1(a)에 나타내었다. 이중층 배관의 비틀림 모드는 T_1, T_2, T_3 로 표시하였으

Table 1 Material properties

Material	Density ρ (kg/m ³)	Longitudinal velocity (m/s)	Shear velocity (m/s)
Cast iron pipe	7,100	4,500	2,500
Epoxy	1,170	2,610	1,100



(a) Group velocity dispersion curves



(b) Energy flow ratio

Fig. 1 Group velocity and energy flow ratio curves of torsional modes in a bi-layered pipe

며, 비교를 위해 단일 층 배관의 비틀림 모드를 T(0,1)로 표기하여 그림에 나타내었다. 먼저 동일한 주파수범위 내에서 내부 층이 없는 경우, 단 한 개의 모드 T(0,1)만 나타나지만 이중층 배관에서는 여러 개의 모드가 발생하는 것을 알 수 있다. 새로운 모드들의 차단주파수(cut-off frequency)를 각각 F_2 , F_3 으로 표시하였다. 또한 이중층 배관의 모드들은 전 주파수영역에서 일정한 군속도를 갖는 T(0,1) 모드와 달리 분산성이 매우 심하게 나타나는 것을 알 수 있다.

유도파의 에너지흐름은 유도파 에너지가 특정

방향을 따라 전파되는 비율을 나타내는 지표이다. 이중층에서 임의의 반경 r 에서 비틀림 모드의 축방향 에너지흐름밀도(energy flow density) $I_z(r)$ 는 다음과 같이 표현된다.⁵⁾

$$I_z(r) = \frac{\omega^2 \mu |U_\theta(r)|^2}{2C_p} \quad (7)$$

배관 벽면과 내부 층에서의 축방향 층에너지흐름은 식 (7)을 배관 두께에 대해 적분하여 구할 수 있다.

$$E_p = \frac{\pi\omega^2}{C_p} \int_{R_1}^{R_2} \mu_1 |U_{\theta_1}|^2 r dr \quad (8)$$

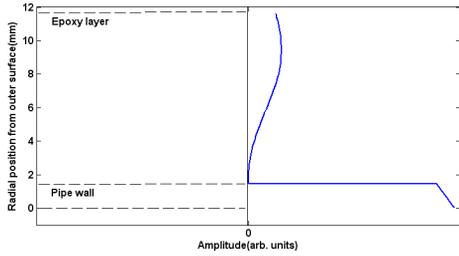
$$E_l = \frac{\pi\omega^2}{C_p} \int_{R_0}^{R_1} \mu_2 |U_{\theta_2}|^2 r dr \quad (9)$$

여기서 R_1 과 R_2 는 배관의 내, 외부 반경을 나타내고 R_0 는 내부 층의 내부 반경이다. 에너지흐름 비EFR(energy flow ratio)은 내부 층의 에너지흐름에 대한 배관 벽면의 에너지흐름의 비로 나타낼 수 있다.

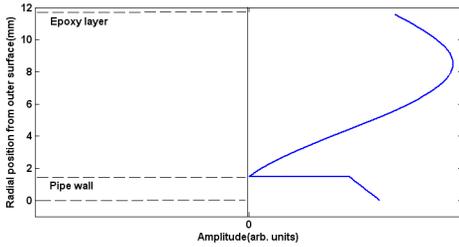
$$EFR = \frac{E_p}{E_l} \quad (10)$$

Fig. 1(a)에 나타낸 모드들에 대한 EFR 스펙트럼을 Fig. 1(b)에 나타내었고, 이에 대한 의미 및 중요성은 다음과 같이 설명할 수 있다.

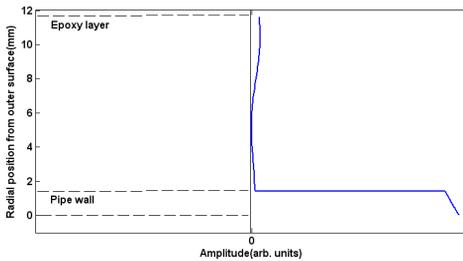
내부 층이 존재하지 않는 지점에서 T(0,1) 모드를 입사할 때 이 신호가 배관 내부의 슬러지로 구성된 내부 층을 만나게 되면 일부는 반사되어 내부 층이 없는 배관으로 되돌아오고(반사 신호), 일부는 내부 층에서 다중 비틀림 모드로 전달되고(국부 신호), 국부 신호는 이 층을 지나게 되면 다시 T(0,1) 모드로 변환되어(전달 신호) 나타난다. 이때 내부 층은 축대칭이므로 종방향 모드나 횡



(a) Mode shape of point A on the T_2 mode



(b) Mode shape of point B on the T_1 mode



(c) Mode shape of point C on the T_2 mode

Fig. 2 Energy flow density mode shapes for the bi-layered pipe

모드(flexural mode)로 변환되는 모드변환(mode conversion)은 발생하지 않는다. 반사, 국부, 전달 신호는 모두 내부 층이 존재하기 때문에 발생하는 신호이므로 이 신호들의 특성을 살펴보면 내부 층의 성질이나 유도파 전파 특성을 알 수 있다.

내부 층이 없는 배관에서 입사된 모드형상이 이중층 모드와 잘 일치하면 반사되는 신호의 에너지는 적고 대부분의 에너지는 이중층을 지나 전달될 것이다. 반면에 모드형상의 일치가 약할 경우 대부분의 에너지는 반사될 것이다. 이와 같은 모드매칭(mode matching) 현상은 EFR 스펙트럼을 통해 자세히 살펴볼 수 있다.

$T(0,1)$ 모드가 T_2 모드의 차단주파수 F_2 (Fig. 1)

에서 입사된 경우를 고려해 보자. T_2 모드의 EFR은 T_1 모드의 EFR보다 항상 크기 때문에(이중층의 두께 방향을 따라 계산한 정규에너지흐름분포를 나타내는 Fig. 2(a), (b) 참조) T_2 모드가 T_1 모드보다 배관 벽면을 따라 보다 많은 에너지를 전달한다. 그러나 주파수가 증가하면 T_2 모드의 EFR은 증가하여 Fig. 1(b)에 표시된 C점에서 최대값에 이르게 되고 이 주파수에서 배관 벽면을 따라 전파되는 에너지는 최대가 된다(Fig. 2(c) 참조). 결과적으로 주파수가 T_2 모드의 차단주파수에서 C점으로 증가하면 $T(0,1)$ 모드는 더 많은 에너지를 T_2 모드로 전달한다는 것을 알 수 있다.

역으로 에너지보존법칙에 의해 반사된 신호의 에너지는 감소하게 된다. 가진 주파수가 C점을 지나 더 증가하면 에너지흐름 모드의 일치성이 열악해지기 때문에 $T(0,1)$ 모드로부터 전달되는 에너지가 작아져 T_2 모드의 EFR도 감소하게 된다. 주파수가 T_3 모드의 차단주파수에 도달하게 되면 에너지 천이가 발생하여 $T(0,1)$ 모드의 에너지는 대부분 T_3 모드로 전달되고 결국 T_3 모드의 EFR이 T_1 , T_2 모드의 EFR보다 커지게 된다. 주파수가 증가함에 따라 동일한 현상이 반복된다. 이로부터 EFR이 최대가 되는 주파수를 가진 주파수로 선정하면 반사계수(reflection coefficient)가 최소가 되고, 이중층 배관 모드들의 차단주파수 부근의 주파수로 가진하면 반사계수가 최대가 된다는 사실을 알 수 있다.

입사 신호 $T(0,1)$ 모드는 배관이 이중층으로 구성된 영역에서 분산성이 심한 다중 비틀림 모드들로 변환된다. 이 모드들은 이중층 영역을 지나면 다시 $T(0,1)$ 모드로 변환되어 배관 벽면을 따라 전파되고 배관 종단면에서 반사된다. 전달된 $T(0,1)$ 모드 신호에는 이중층 영역의 비틀림 모드의 분산 특성에 대한 정보가 실리게 된다. 국부 신호와 전달 신호 모두 이중층 배관의 분산특성을 포함하고 있지만 이중층 위치를 알지 못하는 경우, 국부 신호 측정위치를 설정할 수 없기 때문에 전달 신호를 측정하는 것이 유리하다.

3. 실험장치 및 반사계수

EFR을 이용하여 슬러지로 구성된 이중층의 위치를 파악할 수 있다는 사실을 증명하기 위해 실험을 수행하였다. 실험장치 및 구성은 Fig. 3에 나타내었다. 실험에 사용된 배관은 분산선도 계산 시 사용한 배관과 동일한 규격을 갖고 있다. 전체 길이 2 m 중 종단면에서 약 0.5 m 구간 내부에 슬러지와 비슷한 특성을 갖는 두께 5 mm의 에폭시를 부착하였다. 부착의 어려움 때문에 에폭시 층은 완벽한 축대칭 조건을 만족하지 못하였다. 사용한 에폭시는 상용제품 Araldite 2020으로 음향 특성은 초음파 검사방법을 이용해 측정할 수 있으며 종방향, 전단방향 속도와 밀도는 Table 1과 같다.

비틀림 모드 가진 및 수신을 위해 미국 SwRI사에서 개발한 MsSR-2020 장비를 사용하였다. 이 장비는 자왜 또는 자기변형(magnetostriction) 현상을 이용하여 재료 내에 초음파를 발생시키고 그 역으로 반사된 신호를 감지할 수 있는 장비이다. 이 장치를 이용하여 원통형 구조물의 반사 신호를 측정할 경우, 배관의 원주를 자왜 특성이 우수한 상자성 코발트 스트립(cobalt strip)에 토로이달 코일(toroidal coil)을 감고 배관 원주방향으로 부착한 다음 솔레노이드 코일(solenoid coil)에 자장을 가하면 Wiede-mann 효과에 의해 비틀림 모드가 발생하게 된다. 실험에서는 중심주파수 128 kHz인 3사이클 톤버스트(tone-burst)를 입사하여 비틀림 모드를 가진하였고, 가진에 사용된 동일 신호변환기(transducer)를 이용하여 반사 신호를 수신하는 펄스-에코(pulse-echo) 방식을 채택하였다.

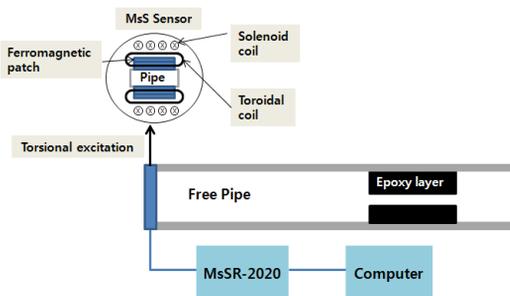
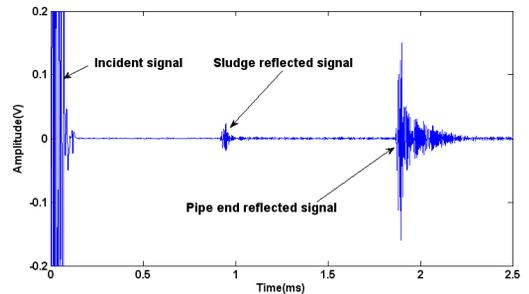
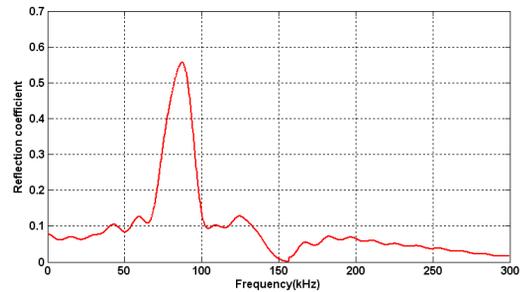


Fig. 3 Schematic diagram of the experimental setup

반사계수는 에폭시 층에서 반사된 신호의 주파수 스펙트럼을 입사 신호의 스펙트럼으로 나누어서 구할 수 있다. 내부에 5 mm 두께의 에폭시 층을 갖는 이중층 배관에 대한 측정 신호와 반사계수 스펙트럼을 Fig. 4에 나타내었다. 실험결과로부터 구한 반사계수 스펙트럼에는 특징적인 피크와 골(trough)이 나타나는 것을 알 수 있다. 특히 첫 번째 피크는 이중층 배관의 T_2 모드의 차단주파수인 85 kHz와 매우 유사한 87 kHz에서 나타나는 것을 확인할 수 있다. 차단주파수는 에폭시 층의 두께와 벌크 전단속도에 의해 유일하게 결정되므로 반사계수 스펙트럼의 피크 위치를 측정하면 에폭시 층의 전단방향 음향 특성이나 두께 등을 규명할 수 있음을 알 수 있다. T_3 모드의 차단주파수는 194 kHz인데, 실험으로부터 구한 반사계수 스펙트럼에서 이 주파수 부근에서도 작은 크기의 피크가 발생하는 것을 알 수 있다. 그러나 첫 번째 피크와 달리 크기도 작고 넓은 주파수범위에



(a) Time trace



(b) Reflection coefficient spectrum

Fig. 4 Measured time trace and reflection coefficient spectrum from the pipe coated inside with 5mm thickness epoxy

걸쳐 분포되는 것을 알 수 있는데, 이는 입사 신호 $T(0,1)$ 모드의 파동에너지가 대부분 T_2 모드로 전달되기 때문인 것으로 생각된다.

에폭시 층을 지나 전달된 신호는 분산성이 심한 다중 비틀림 모드들로 변환되고 배관 종단면에서 반사되어 다시 가진 위치에 도달하게 된다. 따라서 종단면에서 반사된 신호에는 이중층 영역의 분산특성 정보가 실려 있으므로 이 신호를 분석하여 슬러지 층을 갖는 배관의 파동전파 특성을 파악할 수 있다. 그러나 종단면에서 반사된 신호에는 분산성을 갖는 다중 신호들이 동시에 존재하기 때문에 신호해석이 매우 복잡해진다. 최근 스펙트로그램(spectrogram), 스칼로그램(scalogram), Wigner-Ville 방법과 같은 시간-주파수 표현법을 사용하여 다중 모드를 포함한 유도파 신호를 분석하는 기법들이 개발되고 있다.⁹⁾ Kwun 등¹⁰⁾은 스펙트로그램의 일종인 STFT(Short Time Fourier Transform)을 이용하여 내부에 유체가 차 있는 배관에서 나타나는 종방향 모드들의 분산특성 변화를 고찰하였다. 그러나 시간-주파수 표현법은 사용하는 창(窓)의 크기와 형태에 의해서만 달라지고 주파수와는 무관하기 때문에 창을 크게 하면 주파수 분해능은 향상되지만 시간 분해능은 나빠지고 창을 작게 하면 반대의 현상이 나타나기 때문에 시간영역과 주파수영역의 분해능을 동시에 향상시킬 수 없는 단점을 갖고 있다. 이와 같은 단점을 극복하기 위해 Auger와 Flandrin¹¹⁾은 이동 창(moving window)을 이용한 재할당 스펙트로그램(reassigned spectrogram) 기법을 개발하였다. 이 방법은 시간-주파수영역에서 에너지 분포를 재분배하여 신호의 분해능을 향상시키는 것으로 배관의 유도파 해석에 사용되는 빈도가 증가하고 있다.

이 논문에서는 재할당 스펙트로그램을 이용하여 이중층을 갖는 배관의 종단면에서 반사된 신호를 해석하고, Disperse를 이용하여 구한 군속도 분산선도와 비교하고자 한다. 측정된 신호에 대한 재할당 스펙트로그램을 Fig. 5에 나타내었다. 비교를 이용하여 구한 군속도 선도를 점선으로 표기하였다. 각 모드의 도착시간은 배관의 길이를 주파수에 따른 해당 모드의 군속도로 나누어서 구하였다.

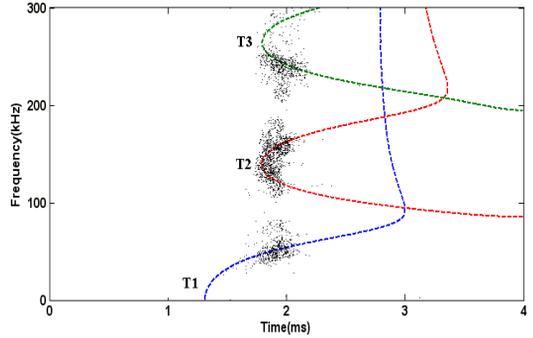


Fig. 5 Reassigned spectrogram of the measured signal reflected at pipe end를 위해 Disperse

그림으로부터 재할당 스펙트로그램을 통해 종단면에서 반사된 신호에 각각의 모드들이 명확히 나타나는 것을 확인할 수 있고, 군속도 분산선도와 매우 잘 일치함을 알 수 있다. 가장 많은 에너지가 전달된 T_2 모드의 경우 군속도 선도를 정확하게 따라가지 못하는 부분이 존재하는데, 이는 부가적인 모드가 존재하기 때문이다. 즉, 배관 내부에 부착된 에폭시의 두께가 일정하지 못하기 때문에 작은 규모의 비축대칭 모드, 즉 휨 모드가 모드변환 되어 나타나기 때문이다. 휨 모드의 군속도는 T_2 모드의 군속도와 매우 근접하여 존재하기 때문에 시간영역이나 주파수영역에서 쉽게 분리할 수 없고, 따라서 재할당 스펙트로그램을 통해서도 두 모드들을 구별할 수 없다는 사실을 알 수 있다. 비축대칭 에폭시 층에 의해 T_1 모드의 모드 구조도 일부 파괴되어 이 모드로도 일부 에너지가 전달된 것도 확인할 수 있다.

5. 결 론

이 연구에서는 비틀림 유도파를 이용하여 배관 내부의 슬러지를 검출할 수 있는 방법을 제시하였다. 내부에 슬러지 층이 있는 이중층 배관에 $T(0,1)$ 모드를 입사할 경우, 일부는 슬러지 층에서 반사되고 일부는 다중 비틀림 모드로 전달되는 것을 확인하였다.

이러한 현상을 이용하여 반사계수 스펙트럼의

피크는 다중 모드의 차단주파수에서 발생하는 것을 실험을 통해 확인하였고, 이로부터 반사계수 스펙트럼을 통해 슬러지 층의 존재 유무 및 크기를 판단할 수 있음을 보였다. 슬러지 층을 지나 전달된 신호의 재할당 스펙트로그램을 통해 전달 신호가 심한 분산 특성을 나타내는 것을 확인하였고, 이로부터 재할당 스펙트로그램을 통해 슬러지의 존재 유무를 확인할 수 있음을 보였다. 이러한 분산 특성은 슬러지 층이 없는 배관에서는 나타나지 않는 현상이기 때문이다.

또한 반사계수 스펙트럼과 재할당 스펙트로그램 방법은 상호 보완적인 방법으로 두 방법을 조합하여 사용하면 슬러지 존재 유무 및 크기 등을 효과적으로 검출할 수 있음을 확인할 수 있었다.

References

1. R. C. Sarmento, G. S. Ribbe and L. A. Azevedo, 2004, "Wax Blockage Removal by Inductive Heating of Subsea Pipelines", *Heat Transfer Engineering*, Vol. 25, No. 7, pp. 2-12. (<http://doi.org/10.1080/01457630490495797>)
2. P. J. Rathbone, 2005, "Sludge Characterization for Ultrasonic Wave Guide Blockage Testing", Technical Report of BNFL Nexia Solutions, pp. 180-187.
3. T. P. Bott, 1995, "Fouling of Heat Exchangers", Elsevier, New York, Chap. 3.
4. C. Kuchpil, M. Gonalves and L. Marquez, 2002, "Blockage Location and Remediation in Subsea Pipelines", Deep Offshore Technology Conference, New Orleans, Louisiana, pp. 691-700.
5. M. F. Salis and D. J. Oldham, 2001, "The Development of a Rapid Single Spectrum Method for Determining the Blockage Characteristics of a Finite Length Duct", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 243, No. 4, pp. 625-640. (<http://doi.org/10.1006/jsvi.2000.3433>)
6. J. B. Kim, S. H. Jung, J. H. Moon, T. Y. Kwon and G. S. Cho, 2010, "Development of Tomographic Gamma-Ray Scan Method for Industrial Plants", *Journal of the Korean Society for Nondestructive Testing*, Vol. 30, No. 2, pp. 20-30.
7. K. J. Park, 2014, "Characterization of Chemical Sludge Using Torsional Guided Waves", *Journal of The Korean Society for Power System Engineering*, Vol. 18, No. 3, pp. 29-35. (<https://doi.org/10.9726/kspse.2014.18.3.029>)
8. J. L. Rose, 1999, "Ultrasonic Waves in Solid Media", Cambridge University Press, Cambridge, U.K., Chap. 12.
9. M. Niethammer, L. J. Jacobs, J. Qu and J. Jarzynski, 2001, "Time-Frequency Representations of Lamb Waves", *Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 109, No. 4, pp. 1841-1847. (<http://doi.org/10.1121/1.1357813>)
10. H. Y. Kwun, K. Bartels and C. Dynes, 2000, "Dispersion of Longitudinal Waves Propagating in Liquid-Filled Cylindrical Shells", *Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 105, No. 6, pp. 2601-2611. (<http://doi.org/10.1121/1.426876>)
11. F. Auger and P. Flandrin, 1995, "Improving the Readability of Time-Frequency and Time-Scale Representations by the Reassignment Method", *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 43, No. 5, pp. 1068-1089. (<http://doi.org/10.1109/78.382394>)