

복수의 예인선 지원을 받는 해상플랫폼 운동제어시스템 설계에 관한 연구 : H_2/H_∞ 설계사양을 만족하는 강인제어계 설계

Motion Control Design for an Offshore Platform with Multiple Tugboats based on H_2/H_∞ Mixed Synthesis

훤틴* · 박정석** · 김영복*** †

Thinh Huynh*, Jung-Suk Park** and Young-Bok Kim*** †

(Received 21 March 2025, Revision received 24 June 2025, Accepted 24 June 2025)

초록 : 본 논문에서는 해양플랫폼 등 자체추진장치를 갖지 않는 수상선과 4척의 예인선으로 구성된 시스템의 운동제어계 설계문제에 대해 고찰한다. 이때 제어대상 선박의 무게 및 회전중심은 변하지 않는다고 가정하는 것이 일반적이거나 그것을 정확히 파악하는 것이 어려우므로 불확실한 파라미터로 가정하여 제어계를 설계한다. 무게 및 회전중심의 변화는 운동특성을 나타내는 여러 파라미터에 직접적으로 영향을 미치는 변동, 즉 불확실성으로 표현되므로 이를 고려하여 LMI 기법으로 제어계를 설계한다. 불확실성에 대한 강인성과 함께 제어성능을 확보하기 위해 H_2/H_∞ 설계사양을 만족하도록 제어계를 설계하고 시뮬레이션을 통해 제안하는 제어기법의 유효성을 검증한다.

키워드 : 해양플랫폼, 예인선, 강인성, 제어성능, H_2/H_∞ 설계사양

Abstract : In this study, we propose a state feedback strategy for transporting a vessel using a multi-tugboat system. The problem is complicated by uncertainties in the transported vessel, such as variations in payload and center of mass, as well as external disturbances like ocean waves and wind. To ensure effective transportation, we first formulate the system that incorporates these factors. Next, a state feedback supervisory control law is designed, using a robust tracking and disturbance rejection scheme and the linear matrix inequality (LMI) approach based on H_2/H_∞ mixed design framework to account for uncertainties and external disturbances. A simulation study is performed to validate the efficiency of the proposed control strategy and method.

Key Words : Offshore Platform, Tugboat, Robustness, Control Performance, H_2/H_∞ Criteria

*** † 김영복(<https://orcid.org/0000-0001-6035-6744>) : 교수,
국립부경대학교 기계시스템공학전공
E-mail: kpjiwoo@pknu.ac.kr, Tel : 051-629-6197
*훤틴(<https://orcid.org/0000-0001-7329-8432>) : 조교수,
국립부경대학교 스마트모빌리티공학과
**박정석(<https://orcid.org/0000-0001-8165-7773>) : 2등기관
사, 국립부경대학교 실습선 백경호

*** † Young-Bok Kim(<https://orcid.org/0000-0001-6035-6744>) :
Professor, Major of Mechanical System Engineering, Pukyong
National University.
E-mail: kpjiwoo@pknu.ac.kr, Tel : 051-629-6197
*Thinh Huynh(<https://orcid.org/0000-0001-7329-8432>) :
Assistant Professor, Department of Smart Mobility Engineering,
Pukyong National University.
**Jung-Suk Park(<https://orcid.org/0000-0001-8165-7773>) :
2nd Engineer, Training Ship Baekkyong, Pukyong National
University.

1. 서 론

예인선 서비스 시장은 2023년부터 2028년까지 연평균 성장률(CAGR)은 14% 정도가 될 것으로 예상되며, 금액으로 추정하면 31억 6,900만 달러 규모에 이를 것으로 보인다.¹⁾ 이러한 성장은 비자력 선박 및 해양 구조물(화물 바지선, 해양 크레인, 부유식 석유추출 등)의 이동 및 지원에 대한 지속적인 수요 증가에 기인한다.

자율운항 기술의 발전에도 불구하고 대형선박은 접안 및 좁은 수로 항해 중에는 추진 및 조향 시스템의 기동성이 저하되므로 예인선의 지원이 필수적이다. 특히 선박접안작업은 속도와 위치 제어의 정밀성이 요구되는 매우 고난이도 작업으로, 항구에 진입하는 단계부터 기동성이 저하되어 조타가 어려워지며 외부환경의 영향을 받는 정도는 배가된다. 예를 들어 Fig. 1과 같이 LNG 선박과 같은 특수화물을 운송하는 경우, 안전을 위해 4척의 예인선 지원을 받도록 규정하기도 한다. 이 경우, 접안작업 중 예인선을 예인되는 선박과 안벽 사이에 구속되지 않도록 모든 예인선을 안벽 반대 측으로 배치하는 것이 일반적이다.^{2,3)}

예인선 도입목적은 모선의 위치, 이동속도 등을 제어하는 것이므로, 모선에 설치된 장치는 아니나 모선운동을 제어하기 위한 독립된 액추에이터라 볼 수 있다. 따라서 예인선 운용 효율성과 안정성을 극대화하기 위해서는 각각의 독립적인 제어성을 확보해야 할 뿐만 아니라, 이것들로 구성된 전체 시스템을 적절하게 활용하기 위한 전략도 마련해야 한다.

제어계를 구성하는 관점에서는 상위수준 제어기(supervisory controller)가 모선이동을 위한 제어력을 계산하고, 이것을 제어력 분배법칙(control allocation method)을 통해 각각의 예인선에 할당하는 것이 일반적이다. 따라서 예인선에 할당된 제어력은 모선운동을 제어하기 위한 예인선의 추진력과 조향각을 계산하고 이것을 조절하는 방법으로 수행된다.^{4,5)} 이러한 문제에서도 제어기 설계과정에 설정되는 전제조건은 그다지 엄격하지는 않다. 이것은 접안작업이 항만 내에서 수행되는 만

큼 파랑의 강도는 약하고 외항에 비해 상당히 양호한 환경이라는 점을 고려한 것이다. 그래서 파랑의 영향을 심각한 외란으로 고려하지 않고 제어기 설계과정에도 반영하지 않는 것이 일반적이다. 또한 모선의 운동특성도 이미 파악되어 있다고 가정하여 동적특성이 포함된 파라미터들을 확정적인 값으로 간주한다. 그러나 제어대상 선박에 적재된 화물 무게에 대한 대략적인 정보는 알 수 있으나 화물의 특성, 선박의 무게중심과 회전중심 등에 대한 정보는 짐작에 의존해야 하는 것이 현실이다. 앞서 기술한 것과 같이 고정도의 운동제어를 통해 접안작업 안정성을 확보하기 위해서는 불확실한 정보에도 불구하고 제어성능이 보장되도록 제어를 설계해야 한다.

그래서 본 연구에서는 선박의 무게중심과 회전중심이 명확히 특정되지 않고 일정한 범위 안에서 변한다고 가정하며, 이러한 불확실한 선박운동 특성에서도 안정성과 제어성능을 확보할 수 있도록 제어를 설계한다. 여기서 주목해야 할 것은, 무게중심과 회전중심의 변화는 운동특성을 나타내는 많은 파라미터 변화에도 직접적인 영향을 미치기 때문에 제어기 설계과정에서 상당히 중요하게 고려해야 할 핵심적인 파라미터라는 것이다.

이와 관련한 문제를 다룬 기존 연구에서는, 모델예측제어(MPC), H_∞ 제어, 슬라이딩모드제어(SMC), 유전알고리즘을 활용한 제어기법으로 문제해결방안 혹은 개선방안을 모색하였다. 그러나 예인선의 위치에 대한 제약이나 불확실한 물리특성은 반영하지 않고 단순히 모선을 직선경로로 견인하는 문제만을 고려하였다.⁶⁻⁹⁾

본 연구에서는 이러한 문제를 해결하기 위해 모선과 4척의 예인선으로 구성된 하나의 시스템으로 간주한다. 그리고 물리특성을 하나의 상태방정식으로 총괄적으로 표현하고 제어계를 설계하여 최적의 제어성능과 운용안정성을 확보하고자 한다. 이를 위해, 먼저 예인선의 위치와 추진력을 계산하여 전체시스템을 통합 제어하기 위한 상위수준 제어기(supervisory controller)를 설계한다. 예인선 배치에 관한 전제조건으로, 실제 접안환경을 고려하여 모든 예인선은 안벽 반대편 선측에 배

치한다. 그리고 적절한 제어력 분배와 할당이 이루어져 모션이동을 위한 예인선의 추진력과 조향각 조절이 적절하게 실행되도록 한다.

아울러, 파랑 등의 환경적 요인에 따른 외란과 선박 자체의 물리적 특성변화로 인한 불확실성에 적절히 대응할 수 있도록 제어기를 설계한다. 이를 위해 먼저 supervisory 제어기를 상태피드백 제어를 기반으로 구성하는데, 이때 supervisory 제어기는 H_2/H_∞ 설계사양을 동시에 만족하도록 LMI 기법으로 설계한다. 이를 통해 제어성능과 강인 안정성을 동시에 확보할 수 있는 제어계 구성이 가능하게 된다. 제안하는 제어전략과 방법에 대한 유효성은 시뮬레이션을 통해 평가한다.

2. 시스템 모델링

Fig. 1은 본 연구의 필요성을 잘 이해할 수 있는 현재의 실제 접안작업상황을 나타낸 사진이다. Fig. 1의 사진에서와 같이 LNG 등 위험물을 적재한 경우에는, 더더욱 고도의 작업정도가 요구되어 극도의 긴장감 속에 수 시간 동안 작업이 진행된다. 적재화물의 위험성 정도에 따라 작업안정성의 수준에 약간의 차이는 있으나, 이 문제는 선박의 크기에 따라 작업난이도가 결정된다고 보면 된다.

본 연구에서는 이러한 작업상황을 고려하여 4척의 예인선을 적절히 배치하여 모션운동을 제어하기 위한 제어계를 설계하는 것에 연구목표를 둔다. 앞서 기술하였듯이 Fig. 1의 작업상황은 모션과 4척의 예인선으로 구성된 하나의 제어대상



Fig. 1 A motion control of large vessel using tugboats

으로 볼 수 있고, 이것은 Fig. 2와 같은 개략도로 나타낼 수 있다.⁸⁾ 따라서 이것의 운동방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_s \dot{\boldsymbol{\nu}}_s + \mathbf{D}_s \boldsymbol{\nu}_s &= \boldsymbol{\tau}_s + \boldsymbol{\tau}_D \\ \boldsymbol{\eta}_s &= \mathbf{R}(\psi_s) \boldsymbol{\nu}_s \\ \boldsymbol{\tau}_s &= \mathbf{T}(\alpha) \mathbf{F} \end{aligned} \quad (1)$$

여기서, $\boldsymbol{\eta}_s = [x_s, y_s, \psi_s]^T \in R^3$ 는 지구고정좌표계에서 선박의 평면운동을 나타내는 위치와 각도로 구성된 벡터이다. $\boldsymbol{\nu}_s \in R^3$ 는 선박의 선체고정좌표계에서의 속도벡터이다. $\boldsymbol{\tau}_s = [\tau_x, \tau_y, \tau_\psi]^T$ 는 선박에 작용하는 서지방향 힘, 스웨이방향 힘과 요우 모멘트를 나타내고, $\boldsymbol{\tau}_D$ 는 파랑의 영향을 반영하는 외란이다. $\boldsymbol{\alpha} \in R^4$ 는 모선의 종축에 대한 법선과 예인선이 모선에 전달하는 힘의 작용방향간의 상대각도를 나타내는 각도벡터이다.

그리고 $\mathbf{F} \in R^4$ 는 각 예인선이 가하는 힘벡터이다. 상대각도와 힘벡터에 대해서는 예인선 활용영역과 추진력 사용한계를 고려하여 다음과 같이 제약조건을 설정한다.

$$\alpha_{\min} \leq \alpha_i \leq \alpha_{\max}, 0 \leq F_i \leq F_{\max}, (i = 1 \sim 4) \quad (2)$$

또한 식 (1)에서 $\mathbf{M}_s \in R^{3 \times 3}$ 은 선박의 관성행렬이고, $\mathbf{D}_s \in R^{3 \times 3}$ 은 선박의 감쇠행렬로 각각 식 (3)과 같이 주어진다.

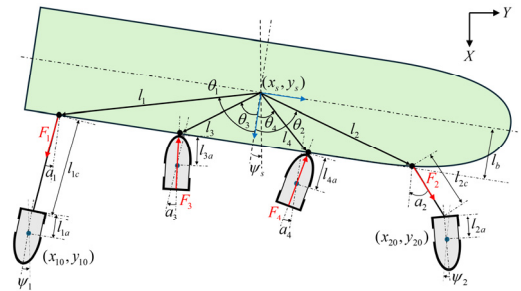


Fig. 2 A schematic drawing of the proposed control strategy for controlling vessel with tugboats

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_s &= \mathbf{M}_{s0} + \Delta \mathbf{M}_s \\ &= \begin{bmatrix} m_{x0} + \Delta m_x & 0 & 0 \\ 0 & m_{y0} + \Delta m_y & m_{y0} + \Delta m_y \\ 0 & m_{yz0} + \Delta m_{yz} & I_{z0} + \Delta I_z \end{bmatrix} \\ \mathbf{D}_s &= \begin{bmatrix} -X_{u_s} & 0 & 0 \\ 0 & -Y_{v_s} - Y_{r_s} \\ 0 & -N_{v_s} - N_{r_s} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3)$$

여기서, $\mathbf{M}_{s0}$ 는 선박질량의 공칭행렬이며, 각각의 공칭값($m_{x0}, m_{y0}, m_{yz0}, I_{z0}$)로 구성된다. 그리고 $\Delta \mathbf{M}_s$ 는 불확실성을 나타내는 행렬이고, 각각의 변동값($\Delta m_x, \Delta m_y, \Delta m_{yz}, \Delta I_z$)으로 구성된다. 이러한 표현은, 선박의 질량 및 관성모멘트가 화물의 적재상태와 해상환경 등 다양한 요인에 따라 변할 수 있다는 사실을 반영하기 위해서이다. 이러한 변화는 선박의 동역학적 특성에도 직접적으로 영향을 미치며 결과적으로 질량 및 관성행렬에서 불확실성으로 더해지게 된다는 것을 의미한다. 그래서 질량행렬을 공칭값과 불확실성을 포함한 형태로 식 (3)과 같이 정의하였다.

불확실성을 반영한 모델을 기반으로 설계된 제어기를 통해 실제상황에서 발생하는 문제에 더욱 적극적으로 대응할 수 있다. 특히 해상환경과 같이 불확실한 내외적 요인이 존재하는 특수한 운용환경을 고려한다면 이러한 문제설정과 해결방안을 모색하는 것은 타당한 전략 및 방법이라 할 수 있다.

여기서, 복수의 예인선으로 생산되는 추진력을 모션운동 제어력으로 변환하기 위한 규칙에 관해 설명한다. 이 규칙은 예인선 배치 방법에 따라 달라진다. 만일 Fig. 2와 같이 예인선을 배치한다면 예인선 추진력 전달행렬 $\mathbf{T}(\alpha)$ 는 식 (4)와 같이 정의된다.

$$\mathbf{T}(\alpha) = \begin{bmatrix} c\alpha_1 & c\alpha_2 \\ s\alpha_1 & s\alpha_2 \\ l_1 c\alpha_1 - l_b s\alpha_1 - l_2 c\alpha_2 + l_b s\alpha_2 \\ -c\alpha_3 & -c\alpha_4 \\ -s\alpha_3 & -s\alpha_4 \\ -l_{3y} c\alpha_3 - l_b s\alpha_3 & l_4 c\alpha_4 - l_b s\alpha_4 \end{bmatrix} \quad (4)$$

여기서, $c(\cdot) = \cos(\cdot)$ 이고 $s(\cdot) = \sin(\cdot)$ 이며, l_i 는 각 예인선의 배치에 따라 정의되는 거리를 나타낸다. 그리고 $\mathbf{F} = [F_1, F_2, F_3, F_4]^T$ 는 4척의 예인선에서 만들어지는 추진력 벡터이며, 제어기에서 생산되는 제어력 τ_s 로부터 제어력 분배법칙에 따라 자동적으로 각 예인선에 할당된다. 이것은 $\tau_s = \mathbf{T}(\alpha)\mathbf{F}$ 관계로부터 계산되고 선형근사화를 통해 식 (5)와 같이 표현할 수 있다.

$$\tau_s \approx \mathbf{T}\mathbf{F} \Big|_{\mathbf{F}_0, \alpha_0} + \frac{\partial \mathbf{T}\mathbf{F}}{\partial \mathbf{F}} \Big|_{\mathbf{F}_0} \mathbf{e}_F + \frac{\partial \mathbf{T}\mathbf{F}}{\partial \mathbf{F}} \Big|_{\mathbf{F}_0} \mathbf{e}_\alpha + \epsilon \quad (5)$$

여기서, $\mathbf{e}_F = \mathbf{F} - \mathbf{F}_0$ ($\mathbf{F}$: 실제추력, $\mathbf{F}_0$: 계산추력)는 힘 오차벡터이고, $\mathbf{e}_\alpha = \alpha - \alpha_0$ (α : 실제각도, α_0 : 계산각도)는 각도 오차벡터이다. ϵ 는 고차항을 포함하는 정의되지 않는 오차를 포괄적으로 나타내는 파라미터로 둔다.

이것으로부터 복수의 예인선을 이용한 선박운동제어를 위해 먼저 supervisory 제어기법으로 제어기를 설계한다. 이때 각 예인선에 장착된 자체운동제어시스템은 독립적으로 동작한다고 가정한다. 또한 4척의 예인선의 운동특성은 동일하며, 아래 식 (6)과 같이 2차계로 표현한다.

$$\ddot{\mathbf{e}}_i + 2\xi_i \omega_i \dot{\mathbf{e}}_i + \omega_i^2 \mathbf{e}_i = 0, \quad (i = F, \alpha) \quad (6)$$

여기서, ξ_i 는 감쇠계수, ω_i 는 고유 주파수이다. supervisory 제어기법 관점에서도 ξ_i 와 ω_i 에는 불확실성이 포함되어 있다고 가정한다. 결과적으로 모션인 주 제어대상 선박과 4척의 예인선으로 구성된 전체시스템의 상태방정식은 식 (7)과 같이 표현할 수 있다.

$$\dot{\mathbf{E}}\mathbf{X} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}_1 \mathbf{w} + \mathbf{B}_2 \mathbf{u} \quad (7)$$

위 식에서 상태벡터와 입력벡터는 다음과 같이 나타낸다.

$$X = [\eta_s^T \nu_s^T e_F^T \dot{e}_F^T e_{\alpha F}^T \dot{e}_{\alpha F}^T]^T$$

$$\begin{aligned} e_{\alpha F} &= F \odot e_{\alpha}, u = TF|_{F_0, \alpha_0} \\ w &= [(s + \tau_{D_8})^T, \tau_{DF}^T, \tau_{D\alpha}^T]^T \end{aligned} \quad (8)$$

$$A = \begin{bmatrix} O_{3 \times 3} & I_3 & O_{3 \times 16} \\ O_{3 \times 3} - D_s & -T_1 & O_{3 \times 4} - T_2 & O_{3 \times 4} \\ O_{4 \times 10} & I_4 & O_{4 \times 8} \\ O_{4 \times 6} & \omega_F^2 I_4 & 2\xi_F \omega_F I_4 & O_{4 \times 8} \\ O_{4 \times 18} & I_4 & \\ O_{4 \times 14} & \omega_{\alpha}^2 I_4 & 2\xi_{\alpha} \omega_{\alpha} I_4 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$$B_1 = [O_3]$$

또한 식 (8)에서 $\odot$ 는 Hadamard product 연산자이며, I_n 은 $n \times n$ 차원 단위행렬(identity matrix), $O_{m \times l}$ 은 $m \times l$ 차원의 영행렬(null matrix)이다.

3. 제어기 설계

본 연구에서 제안하는 supervisory 제어기 설계 목적은 제어대상인 선박이 목표궤적 $\eta_{sd} \in R^3$ 을 안정적으로 추종하기 위한 제어입력을 구하는 것이다. 아울러 제어대상 선박의 물리특성 변화에 따른 파라미터의 불확실성과 외란의 영향에도 불구하고 안정성과 제어성능을 확보하는 것이 제어기 설계의 궁극적 목표이기도 하다.

supervisory 제어기 설계전략에 기반하여 설계하고자 하는 전체 제어기 구성도는 Fig. 3에 나타내었다. Fig. 3으로부터 알 수 있는 것과 같이 본 연구에서의 제어기 설계목적은 예인선의 적절한 제어를 통해 모선이 설정된 경로를 잘 추종하도록 하는 서보계를 구축하는 것이므로 적분보상기를 도입하였다. 따라서 제어입력은 식 (10)과 같은 일

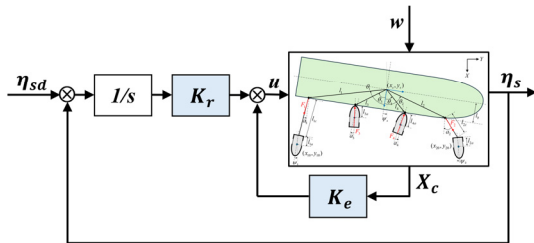


Fig. 3 Proposed supervisory control system

반적인 형식으로 구해진다.

$$\begin{aligned} u &= K_r e_r + K_c X_c, \quad \dot{e}_r = \eta_{sd} - \eta_s, \\ X_c &= [\dot{e}_r^T \nu_s^T e_F^T \dot{e}_F^T e_{\alpha F}^T \dot{e}_{\alpha F}^T]^T \end{aligned} \quad (10)$$

이것으로부터 페루프계에 대한 Descriptor 형식의 상태방정식은 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{bmatrix} E & O_{22 \times 3} \\ O_{3 \times 22} & I_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X}_c \\ \dot{e}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + B_2 K_c & B_2 K_r \\ I_3 & O_{3 \times 19} & O_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_c \\ e_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ O_3 \end{bmatrix} w \quad (11)$$

여기서, supervisory 제어기 설계목표를 다음과 같이 요약 정리한다.

- 목표궤적 η_{sd} 에 대한 추종오차 e_r 이 '0'으로 수렴해야 함
 - 페루프계에 대한 H_2 성능지표가 γ_2 이하
 - 페루프계에 대한 H_∞ 성능지표 γ_∞ 는 가능한 작은 값이어야 함
- 이것은 다음식과 같은 설계지표로 정리할 수 있다.

$$\|T_{\eta, w}\|_2 + \|T_{e, w}\|_\infty < \gamma (> 0) \quad (12)$$

여기서, $T_{\eta, w}$ 는 외란입력에서 제어출력까지의 전달함수이고, $T_{e, w}$ 는 외란입력에서 추종오차까지의 전달함수이다.

위에 설정한 복잡한 제어기 설계지표를 동시에 만족하는 제어기를 설계하기 위해서는 반복적인 계산이 필요하다. 따라서 본 연구에서는 선형행렬 부등식(LMI, Linear Matrix Inequality)기반의 수치적 제어기 설계법을 활용하였다. 이것은 최적화기법의 일환으로 다음과 같은 과정으로 그 해를 구할 수 있다.¹⁰⁾

먼저, 식 (11)로 주어진 설계지표를 만족하는 제어기를 구하는 것은 아래의 식 (13)과 식 (14)에 나타난 각 부등식을 동시에 만족하는 해를 구하는 것과 등가이다.

먼저, H_2 제어성능을 만족하기 위해서는 아래 식 (13)의 부등식을 만족하는 정정행렬(positive definite matrix) $P_2 (> 0)$ 를 계산하면 된다.

$$\begin{aligned} P_2 \in R^{25 \times 25} > 0, \\ \begin{bmatrix} \bar{A}^T P_2 + P_2 \bar{A} + \bar{C}^T \bar{C} & P_2 \bar{B} \\ \bar{B}^T P_2 & -\gamma_2 I_3 \end{bmatrix} < 0 \end{aligned} \quad (13)$$

또한 H_∞ 제어성능을 달성하기 위해 아래 부등식을 만족하는 정정행렬 $P_\infty (> 0)$ 를 구하면 된다.

$$\begin{aligned} \min_{P_\infty} \gamma_\infty \\ s.t. \\ P_\infty \in R^{25 \times 25} > 0, \\ \begin{bmatrix} \bar{A}^T P_\infty + P_\infty \bar{A} & P_\infty \bar{B} & \bar{C}^T \\ \bar{B}^T P_\infty & -\gamma_\infty I_3 & O_{3 \times 9} \\ \bar{C} & O_{9 \times 3} & -\gamma_\infty I_9 \end{bmatrix} < 0 \end{aligned} \quad (14)$$

이때 P_∞ 는 위 부등식의 정정해이고, $\gamma_\infty (> 0)$ 는 최소화해야 할 H_∞ 성능지표이다. 그리고 위 식에서의 각각의 요소행렬은 다음 식 (5)와 같다.

$$\begin{aligned} \bar{A} &= \begin{bmatrix} E & O_{22 \times 3} \\ O_{3 \times 22} & I_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} A + B_2 K_e & B_2 K_r \\ -I_3 & O_{3 \times 19} & O_{3 \times 3} \end{bmatrix}, \\ \bar{B} &= \begin{bmatrix} E & O_{22 \times 3} \\ O_{3 \times 22} & I_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} B_1 \\ O_3 \end{bmatrix}, \\ \bar{C} &= \begin{bmatrix} O_{3 \times 22} & I_3 \\ \lambda I_3 & O_{3 \times 22} \\ O_3 & \delta I_3 & O_{3 \times 19} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (15)$$

4. 제어력 분배

본 연구에서는 복수의 예인선으로 모션인 선박 운동을 적절히 제어하는 것이 제어계 설계목적이다. 따라서 설계사양을 만족하는 제어기를 설계한 후, 제어기로부터 생산되는 제어신호를 각각의 예인선에 전달해야 한다. 복수의 예인선을 활용하기 때문에 상호간섭이 발생하지 않도록 예인선 각각의 위치도 적절히 제어해야 한다. 즉, 서로 간의

충돌이 발생하지 않아야 하며, 추진력 크기에 대한 제한과 선회각에 대한 제약도 고려해야 한다. 결론적으로 이 문제도 최적화문제로 다루어야 한다는 것을 의미하며, 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} \min_z \{J = \zeta^T H \zeta + h^T \zeta\} \\ s.t. \ A_{eq} \zeta = b_{eq}, \ \zeta_{low} \leq \zeta \leq \zeta_{up} \end{aligned} \quad (16)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \zeta &= [e_\alpha^T \ e_F^T \ s^T]^T \in R^{11}, \\ H &\in R^{11 \times 11} > 0, \ h \in R^{11} > 0, \\ A_{eq} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial TF}{\partial F} \Big|_{F_0} & \frac{\partial TF}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha_0} & I_3 \end{bmatrix}, \ b_{eq} = \tau_s - u \\ \zeta_{low} &= [F_{min}^T \ -F_0^T \ \alpha_{min}^T \ -\alpha_0^T \ s_{low}^T]^T \\ \zeta_{up} &= [F_{max}^T \end{aligned} \quad (17)$$

위 최적화문제의 해를 구함으로써 각 예인선에 요구되는 추진력과 상대각은 다음식으로 계산된다.

$$F = F_0 + e_F, \ \alpha = \alpha_0 + e_\alpha \quad (18)$$

여기서, e_F, e_α 는 앞서 기술한 것과 같이 오차를 나타내는 파라미터이다.

위 식 (16)에 정의한 목적함수 최적화문제는 다음과 같이 요약 정리할 수 있다.

1) supervisory 제어기설계를 통해 제어력분배 최적화를 실현한다.

2) 에너지소비 최소화를 실현(이것은 견인력과 조타력 변화율에 따라 결정됨)한다.

3) 견인력 크기 및 예인선 선수각 변동범위에 대한 제약을 설정한다. 예인선의 추력에 대한 제약조건 $F_{th} \leq 2[N]$ 과 선수각 변동범위에 대한 제약조건은 $-\pi/3 \leq \alpha_i \leq \pi/3 [rad]$ 으로 설정하고, 최적화기법에 기반하여 제어력분배가 실현한다. 또한 주어진 제약조건 아래에서 선박운동제어가 실행되어 예인선 상호 간 운동 간섭에 따른 충돌 위험을 방지할 수 있게 된다.

지금까지의 내용과 결과를 기반으로 시뮬레이션을 수행하고 제안하는 제어전략과 방법을 검증

하도록 한다.

5. 시뮬레이션

본 연구에서는 현장에서 실제로 수행되는 선박 접안작업 시나리오를 기반으로, 모선과 4척의 예인선으로 구성되는 시스템을 제어대상으로 한다. 제어대상을 대상으로 설계한 제어계의 운동제어 성능을 시뮬레이션으로 검증하도록 한다. 제어대상은 수조실험을 위해 제작한 선박으로 제원과 물리파라미터는 Table 1과 Table 2에 정리하였다.⁴⁾

이때 Table 1은 모선, Table 2는 예인선 모델의 물리특성을 나타낸다.

시뮬레이션을 위해 식 (12)~(15)에 주어진 H_2/H_∞ 조건을 만족하는 제어이득 $\mathbf{K} = [\mathbf{K}_e \ \mathbf{K}_r]$ 은 다음과 같이 구하였다.

$$\mathbf{K}_e = \begin{bmatrix} -11.8786 & -1.05 \times 10^{-10} & 9.42 \times 10^{-10} & -80.8743 \\ -7.29 \times 10^{-11} & -12.1548 & -5.43 \times 10^{-4} & -2.45 \times 10^{-9} \\ -4.04 \times 10^{-10} & -6.33 \times 10^{-4} & -11.7444 & 1.06 \times 10^{-8} \\ 1.42 \times 10^{-9} & 4.28 \times 10^{-9} & 0.0420 & 0.0420 \\ -79.0072 & -4.32 \times 10^{-4} & 7.13 \times 10^{-6} & -7.13 \times 10^{-6} \\ -0.0018 & -45.3451 & 0.1584 & -0.1584 \\ -0.0420 & -0.0420 & 0.0027 & 0.0027 \\ -5.66 \times 10^{-6} & 5.66 \times 10^{-6} & 2.17 \times 10^{-7} & -2.17 \times 10^{-7} \\ -0.1253 & 0.1253 & 0.0101 & -0.0101 \\ -0.0027 & -0.0027 & -4.68 \times 10^{-13} & -3.95 \times 10^{-13} \\ -1.86 \times 10^{-7} & 1.86 \times 10^{-7} & -0.0455 & -0.0455 \\ -0.0080 & 0.0080 & 0.0791 & 0.0791 \\ 4.80 \times 10^{-12} & 4.77 \times 10^{-12} & 5.54 \times 10^{-13} & -8.40 \times 10^{-13} \\ 0.0455 & 0.0455 & -0.0029 & -0.0029 \\ -0.0791 & -0.0791 & 0.0050 & 0.0050 \\ 1.40 \times 10^{-13} & 4.41 \times 10^{-13} \\ 0.0029 & 0.0029 \\ -0.0050 & -0.0050 \end{bmatrix}$$

Table 1 Dimensional parameters of the vessels⁴⁾

Item	Parameter	Value
Vessel	Length	2.0 m
	Breath	1.0 m
	Weight	21.5 kg
Tugboats	Length	0.73 m
	Breath	0.19 m
	Weight	1.98 kg

Table 2 Natural frequency and damping ratio of tugboat model⁴⁾

Item	Parameter	Value
Tugboats	Natural frequencies	$\zeta_F = 0.77$
		$\zeta_\alpha = 0.77$
	Damping ratios	$\omega_F = 10$
		$\omega_\alpha = 10$

$$\mathbf{K}_r = \begin{bmatrix} -0.0392 & -2.16 \times 10^{-13} & 5.26 \times 10^{-13} \\ 1.02 \times 10^{-12} & -0.0407 & 6.08 \times 10^{-6} \\ -7.53 \times 10^{-12} & 3.09 \times 10^{-6} & -0.0178 \end{bmatrix} \quad (19)$$

먼저, 임의의 초기상태에서 출발하여 목표지점까지 선박이 추종하도록 추종경로를 설정하고, 그 과정에서의 추종 오차의 정량적 분석을 통해 제어성능을 평가한다.

이때 서지, 스웨이 및 요우각에 대한 초기상태를 $\eta_{s0} = [x_{s0}, y_{s0}, \psi_{s0}] = [7[\text{m}], 9[\text{m}], 3/\pi[\text{rad}]]$, 최종목표지점을 $\eta_{sf} = [2[\text{m}], 0[\text{m}], 0[\text{rad}]]$ 로 설정하고 추종경로는 포물선 형태로 설정하였다.

본 연구에서 달성하고자 하는 제어목표는 제어대상 선박의 무게 및 회전중심이 불확실하고, 파랑과 같은 외란이 존재하더라도 바람직한 제어성능과 강인성을 확보하는 데 있다.

먼저, 무게중심 및 회전중심의 변동을 반영하기 위해 식 (20)과 같이 공칭값(nominal value)을 설정하였다. 이 값을 기준으로 식 (21)과 같이 $\pm 20\%$ 범위에서 파라미터가 변한다고 가정한다.

$$\mathbf{M}_{s0} = \begin{bmatrix} 351.2 & 0 & 0 \\ 0 & 332.4 & 0 \\ 0 & 0 & 113.2 \end{bmatrix}, \mathbf{D}_{s0} = \begin{bmatrix} 11.44 & 0 & 0 \\ 0 & 12.17 & 0 \\ 0 & 0 & 7.36 \end{bmatrix},$$

$$|\Delta \mathbf{M}_{s0}| \leq \begin{bmatrix} 70.24 & 0 & 0 \\ 0 & 66.48 & 11.32 \\ 0 & 11.32 & 22.64 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\mathbf{M}_{sk} = \begin{bmatrix} 280.96 + 17.56(k-1) & 0 \\ 0 & 265.92 + 16.62(k-1) \\ 0 & -11.32 + 2.83(k-1) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ -11.32 + 2.83(k-1) \\ 90.56 + 5.66(k-1) \end{bmatrix}, \quad (21)$$

$(k = 1 \sim 9)$

서론에서도 기술하였듯이 무게중심 및 회전중심의 변화는 시스템행렬에 포함된 거의 모든 물리 파라미터의 변동을 가져온다. 따라서 강인성을 확보하기 위해서는 모든 파라미터변동을 고려하여 제어기를 설계해야 한다. 그래서 본 연구에서는 LMI 툴¹¹⁾을 이용하여 식 (13) 및 식 (14)를 동시에 만족하는 제어기를 식 (19)와 같이 구하였다. 이때 페루프시스템의 H_2 성능지표 $\gamma_2 = 2.52$, H_∞ 성능지표 $\gamma_\infty = 0.95$ 이었다.

지금부터는 시뮬레이션 결과에 관해 설명한다. 앞에서 설명하였듯이 무게중심 및 회전중심 공칭값을 기준으로 이것의 변동범위를 $\pm 20\%$ 로 설정하였다. 따라서 기준값에 더해 변동범위 내에서 8개의 무게중심이 존재한다고 설정하고 각각의 경우에 대한 시뮬레이션을 수행하였다.

먼저, Fig. 4는 무게 및 회전중심이 변동한 각각의 경우의 추종성능을 나타내고 있다.

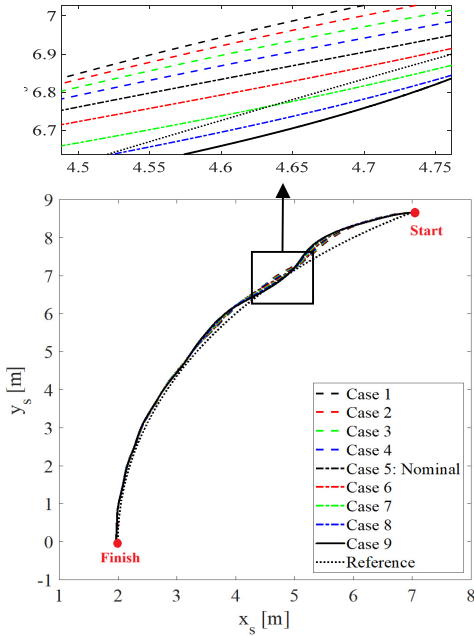


Fig. 4 Route tracking performances with parameter uncertainty

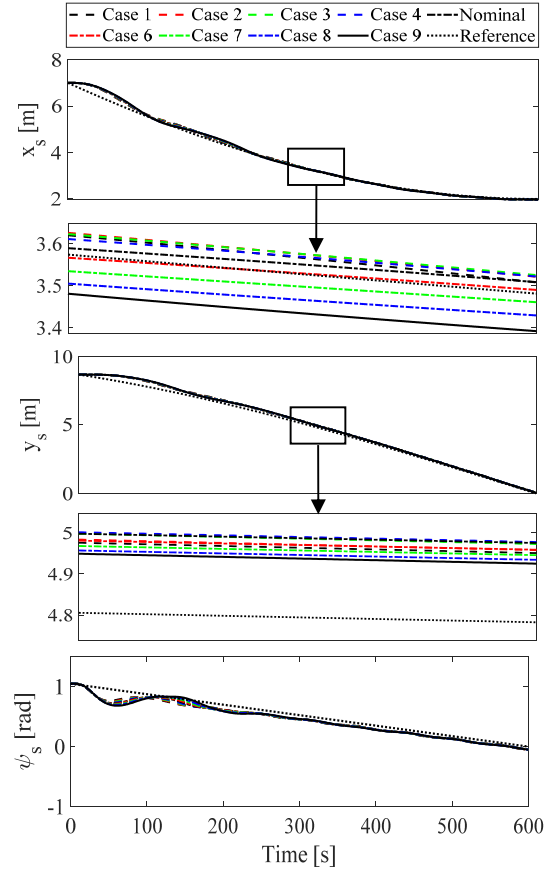


Fig. 5 Time responses of vessel with parameter uncertainty

이때 점선이 선박이 추종해야 할 목표추종경로(reference tracking route)이다. 이해를 돕기 위해 응답의 일부 구간을 확대하여 그림의 상부에 별도로 추가하였다.

Fig. 4를 통해 알 수 있듯이, 어떤 경우에도 파라미터 변동에 대해 제안된 제어기는 강인성과 경로추종성능을 안정적으로 확보하고 있음을 확인할 수 있다. 특정 구간에서 선박이 일시적으로 목표추종경로를 벗어난 후 복귀하는 현상이 나타나는데, 이것은 파랑의 영향⁴⁾이 반영된 결과이다. 결과적으로 외란의 영향을 고려하여 제어기를 설계하였기 때문에 외란의 영향은 적절히 억제되어 최종목표지점까지 안정적으로 이동할 수 있다는 것을 의미한다.

그리고 Fig. 5는 위치와 선수각 변화에 대한 시간응답을 각각 나타내고 있다. Fig. 5에서 위로부터 서지, 스웨이방향운동 및 요우운동 특성을 각각 나타내고 있다. Fig. 4와 동일하게 강인 안정성과 우수한 제어성능이 보장된다는 것을 확인할 수 있다.

Fig. 6은 경로추종 중에 발생한 오차를 나타낸 것이다. 선박의 위치변동, 즉 추종경로에서 벗어나는 정도는 최대 0.5 m, 선수각 변동범위는 최대 0.3 rad 이내로 억제되었다.

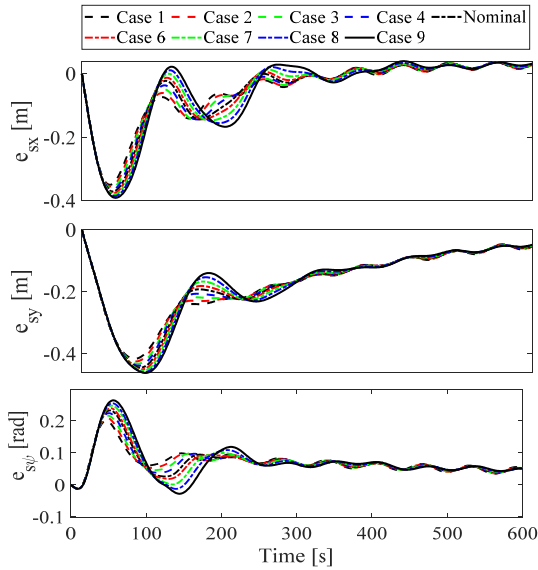


Fig. 6 Tracking error analysis of vessel with parameter uncertainty

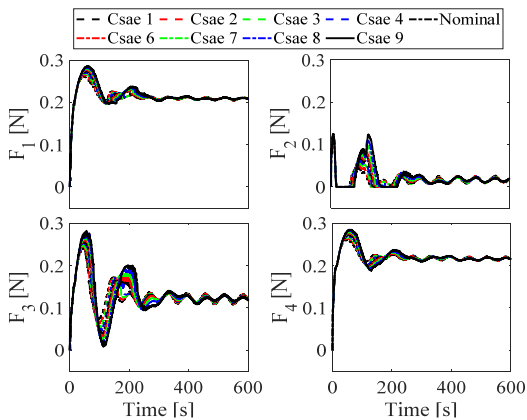


Fig. 7 Force of tugboats with parameter uncertainty

마지막으로 Fig. 7에서는 제어기로부터 계산된 제어신호를 바탕으로 4척의 예인선에 분배된 추력을 나타낸 것이다. 예인선 발생추력에 대한 제약조건인 $0 \leq F_i \leq 2[N]$, ($i=1 \sim 4$)을 만족하는 결과이고, 이를 통해 선박을 안정적으로 제어한다는 것을 확인할 수 있다.

6. 결 론

본 논문에서는 다중 예인선을 활용한 선박의 운동제어를 위해 supervisory 제어전략과 최적제어력 분배기법(optimal control allocation)의 적절한 조합으로 제어계를 설계하였다.

선박 운동제어 문제에서 있어서 무게중심과 회전중심은 경험에 기반한 추정된 값을 사용하는 경우가 많다. 그러나 이들은 독립적인 파라미터라기보다는 전체 시스템의 운동특성에 직접적으로 영향을 미치는 중요한 파라미터이다. 즉, 중심위치의 변화는 수많은 파라미터 변동에도 직접적으로 관여하기 때문에 선박운동특성 변화에 지대한 영향을 미친다. 이러한 사실을 바탕으로, 본 연구에서는 무게중심과 회전중심의 변화를 가장 중요한 불확실성 요소로 반영하여 제어계를 설계하였다. supervisory 제어전략에 기반하여 설계사양은 H_2/H_∞ 놈(norm) 조건으로 제시하고, 이것은 만족하는 제어기를 설계함으로써 제어성능과 강인안정성을 동시에 확보하였다. 그 결과, 파라미터 변동 및 외란의 영향에도 불구하고 안정적이고 우수한 경로추종성능을 확보할 수 있음을 시뮬레이션으로 검증하였다.

향후 연구에서는 모형선박을 활용한 실험을 통해 현장작업 시나리오에 기반한 성능평가를 수행할 예정이다. 이후 실제 해상실험을 통해 제안된 제어전략과 방법의 적용성과 실용성을 종합적으로 평가할 계획이다.

후 기

본 연구는 국립부경대학교 자율창의기술연구비(2025년도 1학기) 지원사업으로 수행된 결과임.

Author contributions

Y. B. Kim; Conceptualization. T. Huynh; Supervision. T. Huynh; Formal analysis. J. S. Park; Writing-original draft. Y. B. Kim; Writing-review & editing. T. Huynh; Methodology. T. Huynh; Investigation. Y. B. Kim; Funding acquisition. J. S. Park; Software. T. Huynh; Data curation. Y. B. Kim; Validation.

References

1. Technavio, “Tugboats Services Market Analysis North America, Europe, APAC, South America, Middle East and Africa – US, China, Germany, France, UK – Size and Forecast 2024-2028”, Retrieved from: <https://www.technavio.com/report/tugboat-services-market-industry-analysis> Accessed: Nov. 2023.
2. H. C. Park, D. H. Lee and Y. B. Kim, 2022, “A Study on Control System Design for Barge Ship Motion Control with Tugboats”, *Journal of Power System Engineering*, 26(3), 66-70. (<https://doi.org/10.9726/kspse.2022.26.3.060>)
3. D. H. Lee, Y. B. Kim and C. W. Kim, 2022, “A Study on Motion Control Strategy and Robust Control System Design for a Barge Ship with Tugboats”, *Journal of Power System Engineering*, 26(4), 21-31. (<https://doi.org/10.9726/kspse.2022.26.4.021>)
4. T. Huynh and Y. B. Kim, 2024, “Control System Design for Offshore Floating Platform Transportation by Combination of Towing and Pushing Tugboats”, *Journal of Marine Science and Engineering*, 12(3), 459. (<https://doi.org/10.3390/jmse12030459>)
5. T. Huynh, D. H. Lee and Y. B. Kim, 2024, “Motion Control Design for Barge Ship by Considering Berthing and Unberthing Work”, *Journal of Power System Engineering*, 28(2), 11-19. (<https://doi.org/10.9276/kspse.2024.28.2.011>)
6. R. Skulstad, G. Li, T. I. Fossen and H. Zhang, 2023, “Constrained Control Allocation for Dynamic Ship Positioning using Deep Neural Network”, *Ocean Engineering*, 279(114434), 1-9. (<https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2023.114434>)
7. Z. Du, R. R. Negenborn and V. Reppa, 2023, “Distributed Dynamic Coordination Control for Offshore Platform Transportation Under Ocean Environmental Disturbances”, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 31(5), 2093-2106. (<https://doi.org/10.1109/TCST.2023.3291557>)
8. D. H. Lee, T. Huynh, Y. B. Kim and J. S. Park, 2022, “Motion Control System Design for Barge-Type Surface Ships Using Tugboats”, *Journal of Marine Science and Engineering*, 10(10), 1413. (<https://doi.org/10.3390/jmse10101413>)
9. Z. Du, R. R. Negenborn and V. Reppa, 2023, “Distributed Dynamic Coordination Control for Offshore Platform Transportation Under Ocean Environmental Disturbances”, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 31(5), 2093-2106. (<https://doi.org/10.1109/TCST.2023.3291557>)
10. S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron and V. Balakrishnan, 1994, “Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory. Society for Industrial and Applied Mathematics”. (<https://doi.org/10.1137/1.9781611970777>)
11. Robust Control Toolbox – MathWorks. Retrieve from: <https://www.mathworks.com/products/robust/>.